

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
العلامة	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
2,25	0,5×3	$P(B)=\frac{C_2^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{C_9^3}=\frac{2}{7}$ ، $P(A)=\frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3}=\frac{5}{84}$ (أ)	(I 1)										
	0,25 + 0,5	$P(C)=\frac{C_4^3 + C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3}=\frac{11}{21}$ $P_A(C)=\frac{4}{5}$ ، $P(A \cap C)=\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{1}{21}$ (ب)											
1,25	0,25×5	$E(X)=\frac{4}{3}$ ، <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{42}$</td><td>$\frac{20}{42}$</td><td>$\frac{15}{42}$</td><td>$\frac{2}{42}$</td></tr></table>	x_i	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{5}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{15}{42}$	$\frac{2}{42}$	(2)
x_i	0	1	2	3									
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{42}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{15}{42}$	$\frac{2}{42}$									
0,5	0,25 + 0,25	$n=6$ ومنه $\frac{A_7^2}{A_{n+9}^2}=\frac{1}{5}$	(II)										
التمرين الثاني (04 نقاط)													
1	0,25×4	$S=\left\{4i ; 2-2i\sqrt{3} ; 2+2i\sqrt{3}\right\}$ ، $\Delta=-48$	(I)										
1,25	0,25×3	$z_B=4\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ (أ) $z_C=4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ $z_D=4\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$	(1 II)										
	0,25 0,25	(ب) تعليم النقط: A ، B ، C و D $ z_A = z_B = z_C = z_D =4$ A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 4											
1,25	0,25 0,25	$z_D-z_B=-2\sqrt{3}-6i=\sqrt{3}(z_C-z_A)$ (أ) $\overrightarrow{BD}=\sqrt{3}\overrightarrow{AC}$ ومنه: (BD) و (AC) متوازيان.	(2)										
	0,25	(ب) $ z_B-z_A = z_D-z_C =4\sqrt{2}$											
	0,25	(ج) الرباعي $ABDC$ شبه منحرف متساوي الساقين.											
	0,25	تعيين لاحقة G : (تقبل كل طريقة لتعيين z_G بما فيها لاحقة مرجح الجملة بمعاملات متساوية).											
0,5	0,25 0,25	$z_D-z_A=-4-2\sqrt{3}-2i=i(z_B-z_C)$ ومنه: i^n حقيقي من أجل: $n=2k$ مع k طبيعي.	(3)										

التمرين الثالث (05 نقاط)														
0,75	0,5	$f'(x) = \frac{8}{(x+2)^2}$ ، من أجل كلّ x من $]-2 ; +\infty[$	(1)											
	0,25	f متزايدة تماما على $]-2 ; +\infty[$												
2	$0,25 \times 3$	(أ) $u_1 = \frac{8}{3}$ ، $u_2 = \frac{16}{7}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.	(2)											
	$0,5 + 0,25$	(ب) البرهان بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n > 2$												
	0,5	(ج) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - u_n)}{2 + u_n}$ ، (u_n) متناقصة تماما.												
1,5	$0,25 + 0,5$	(أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$	(3)											
	$0,25 + 0,5$	(ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ ، $u_n = \frac{2}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$												
0,75	$0,25 + 0,5$	$T_n = \frac{1}{2}n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ ، $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$	(4)											
التمرين الرابع (07 نقاط)														
1	0,25	من أجل كلّ x من $]0 ; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2x-4}{x}$	(1 I)											
	0,5	g متناقصة تماما على $]0 ; 2[$ ومتزايدة تماما على $]2 ; +\infty[$												
	0,25	جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$2 - 4\ln 2$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	0	2	$+\infty$	$g'(x)$		-	0	+	$g(x)$	$+\infty$
x	0	2	$+\infty$											
$g'(x)$		-	0	+										
$g(x)$	$+\infty$	$2 - 4\ln 2$	$+\infty$											
1,25	0,25	(أ) $g(1) = 0$	(2)											
	$0,25 \times 3$	الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3,5 ; 3,6]$ و $g(3,5) \simeq -0,01$ ، $g(3,6) \simeq 0,08$ ومنه: للمعادلة $g(x) = 0$ حلّ وحيد α في المجال $]3,5 ; 3,6[$												
	0,25	(ب) إشارة $g(x)$: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>		x	0	1	α	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	0	+
x	0	1	α	$+\infty$										
$g(x)$	+	0	-	0	+									
0,75	$0,25 \times 2$	(c_f) يقبل نصف مماس عمودي في النقطة O ، $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = +\infty$	(1 II)											
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$												

1	0,25	$f'(x)=g(x)$ ، $]0 ; +\infty[$ من أجل كل x	(2)																	
	$0,25 \times 2$	f متزايدة تماما على كل من $[0 ; 1]$ و $[\alpha ; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1 ; \alpha]$																		
	0,25	جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>3</td><td>$\searrow$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	0	1	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$f(\alpha)$
x	0	1	α	$+\infty$																
$f'(x)$	+	0	-	0	+															
$f(x)$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$													
1	$0,25 \times 2$	(أ) من أجل كل x من $]0 ; +\infty[$ ، $f''(x)=g'(x)$ $A(2 ; 8-8\ln 2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)	(3)																	
	0,5	(ب) $y=(2-4\ln 2)x+4 : (T)$																		
1	0,25	(أ) رسم (T)	(4)																	
	0,5	رسم (C_f) 																		
	0,25	(ب) للمعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول من أجل: $f(\alpha) < m < 3$																		
1	0,5	(أ) $\int_1^e x \ln x \, dx = \left[\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 \right]_1^e = \frac{e^2+1}{4}$	(5)																	
	0,5	(ب) $\mathcal{A} = \int_1^e f(x) \, dx = \frac{e^3-7}{3} \text{ u.a}$																		

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)									
العلامة	مجزأة										
التمرين الأول (04 نقاط)											
1	0,5	$a = \frac{3}{10}$			(I)						
	0,5	<table><tr><td>بيضاء</td><td>حمراء</td><td>خضراء</td><td>الكرية</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td><td>1</td><td>عدد الكريات</td></tr></table>				بيضاء	حمراء	خضراء	الكرية	6	3
بيضاء	حمراء	خضراء	الكرية								
6	3	1	عدد الكريات								
2	$0,5 \times 3$	$P(A) = \frac{C_3^1 \times C_7^2}{C_{10}^3} = \frac{21}{40}$ (أ) $P(B) = \frac{C_3^2 \times C_7^1 + C_6^2 \times C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{27}{40}$ $P(C) = 1 - \frac{C_6^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{33}{40}$			(1 (II)						
	0,5	(ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين علما أننا لا نحصل على الكرية الخضراء: $\frac{C_6^2 \times C_3^1}{C_9^3} = \frac{15}{28}$									
1	0,25	$P(X = 2) = P(B) = \frac{27}{40}$			(2)						
	$0,25 \times 3$	$E(X) = \frac{79}{40}$ ، <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{7}{40}$</td><td>$\frac{27}{40}$</td><td>$\frac{6}{40}$</td></tr></table>				x_i	1	2	3	$P(X = x_i)$	$\frac{7}{40}$
x_i	1	2	3								
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{40}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{6}{40}$								
التمرين الثاني (04 نقاط)											
1,25	0,25	$(-1 + i\sqrt{3})^2 = -2 - 2i\sqrt{3}$ (أ)			(1						
	$0,25 \times 2$	الجذران التربيعيان للعدد $-2 - 2i\sqrt{3}$ هما: $-1 + i\sqrt{3}$ ، $1 - i\sqrt{3}$									
	$0,25 \times 2$	(ب) $\alpha = 2$ ، الحل الثاني هو $-1 - i\sqrt{3}$									
2,75	0,5	$z_1 = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ (أ)			(2						
	0,25	$z_2 = 2 \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right)$									
	0,5	$z_3 = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$									
	0,5	(ب) $L = 2 \left(\cos \left(\frac{13\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{13\pi}{12} \right) \right)$									

	0,5 0,25 × 2	$L = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} + i \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} \quad (\text{ج})$ $\sin \frac{13\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4} \quad \text{و} \quad \cos \frac{13\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	
التمرين الثالث (05 نقاط)			
0,75	0,25 × 3	f متزايدة تماما على $[-2; 0]$ (C_f) أسفل (Δ) على $[-2; 0]$ ويتقاطعان في $A(-2; -2)$ ومنه: من أجل كل x من $[-2; 0]$ ، $f(x) - x \leq 0$	(1)
0,75	0,5 0,25	(أ) تمثيل الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3 (ب) التخمين: المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومقاربة.	(2)
1,25	0,5+0,25 0,5	(أ) البرهان بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $-2 < u_n \leq 0$ (ب) من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n + 2)(2u_n - 1)}{3 - 2u_n}$ (u_n) متناقصة تماما.	(3)
1,5	0,25+0,5 0,25+0,5	(أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ ، $v_n = 4\left(\frac{2}{7}\right)^n$ (ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$ ، $u_n = \frac{v_n - 4}{2v_n + 2} = \frac{2\left(\frac{2}{7}\right)^n - 2}{4\left(\frac{2}{7}\right)^n + 1}$	(4)
0,75	0,5 0,25	(أ) (w_n) متتالية حسابية أساسها $\ln\left(\frac{2}{7}\right)$ ، $w_0 = \ln 4$ (ب) $w_0 + w_1 + \dots + w_n = \frac{1}{2}(n+1)[(\ln 2 - \ln 7)n + 4 \ln 2]$	(5)
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1,75	0,25 × 7	$\lim_{x \leq 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \geq 0} f(x) = +\infty$ (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة معادلاتها: $x = 0$ ، $y = 1$ ، $y = -4$	(1)
2	0,5 0,5 0,5	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^{2x} - 1)^2}$ (ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $(e^x - 2)(2e^x - 1)$ f متزايدة تماما على كل من $[-\infty; -\ln 2]$ و $[\ln 2; +\infty[$ و متناقصة تماما على $[-\ln 2; 0]$ و $]0; \ln 2]$	(2)

		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\ln 2$</td><td>0</td><td>$\ln 2$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>-3</td><td>$\searrow$</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$	$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$f(x)$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	جدول التغيّرات:
x	$-\infty$	$-\ln 2$	0	$\ln 2$	$+\infty$																						
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$																				
$f(x)$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1																		
	0,5	$f(-x) + f(x) = -3$ ، من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$																									
	0,25	(C_f) يقبل مركز تناظر، إحداثياه $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$																									
1,25		رسم (C_f)																									
	0,5																										
1	0,25	$f(x) = -4 + \frac{1}{2} \left(\frac{9e^x}{1+e^x} - \frac{e^x}{1-e^x} \right)$ ، من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$																									
	0,5	$\mathcal{A}(\lambda) = \frac{1}{2} \int_{\lambda}^{-\ln 2} \left(\frac{9e^x}{1+e^x} - \frac{e^x}{1-e^x} \right) dx = \frac{1}{2} [9\ln(1+e^x) + \ln(1-e^x)]_{\lambda}^{-\ln 2}$ (ب)																									
		$\mathcal{A}(\lambda) = \frac{1}{2} (9\ln 3 - 10\ln 2 - 9\ln(1+e^{\lambda}) - \ln(1-e^{\lambda})) u.a$																									
	0,25	$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\lambda) = \left(\frac{9}{2} \ln 3 - 5 \ln 2 \right) u.a$																									
1	0,25	$g(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ ، من أجل كلّ x من $]1; +\infty[$																									
	0,25 × 2	$\left(g'(x) = \frac{2(x-2)(2x-1)}{(x^2-1)^2} \right)$ ، $g'(x) = \frac{1}{x} f'(\ln x)$																									
		g متناقصة تماما على $[1; 2]$ ومنتزيدة تماما على $[2; +\infty[$																									
	0,25	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td></tr></table>								x	1	2	$+\infty$	$g'(x)$		$-$	0	$+$	$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	جدول التغيّرات:		
x	1	2	$+\infty$																								
$g'(x)$		$-$	0	$+$																							
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1																						

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.