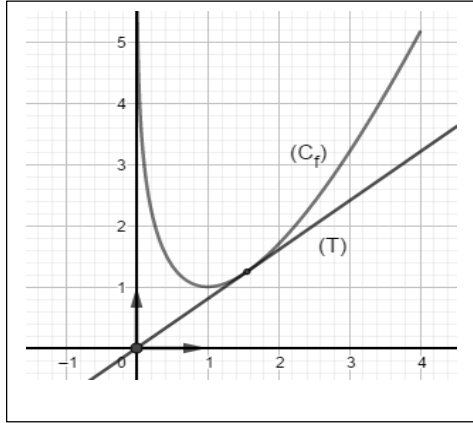


العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																				
مجموع		مجزأة																				
الموضوع الأول																						
التمرين الأول: (04 نقاط)																						
01	0.5 0.5	$a \equiv 6[7]$ $b \equiv 5[7]$							(1)													
01.5	0.75	بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 : $5^6 \equiv 1[7], 5^5 \equiv 3[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^3 \equiv 6[7], 5^2 \equiv 4[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^0 \equiv 1[7]$							(2)													
	0.75	<table><tr><td>n</td><td>6k</td><td>6k+1</td><td>6k+2</td><td>6k+3</td><td>6k+4</td><td>6k+5</td></tr><tr><td>بواقي قسمة 5^n على 7</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>						n		6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4	6k+5	بواقي قسمة 5^n على 7	1	5	4	6	2	3
		n	6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4	6k+5														
بواقي قسمة 5^n على 7	1	5	4	6	2	3																
01	0.5x2	$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6 \times 20 + 4} + 4[7]$ $a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$							(3)													
0.5	0.25	تبيان أن : $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n [7]$							(4)													
	0.25	تمنح 0.25 لكل محاولة قيم n هي $6k + 2$ أو $6k + 3$ حيث k عدد طبيعي																				
التمرين الثاني: (04 نقاط)																						
01	0.5	صحيحة لأن							(1)													
	0.5	<table><tr><td>بواقي قسمة n على 3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>						بواقي قسمة n على 3		0	1	2	بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3	2	0	0	بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3	0	0	0		
		بواقي قسمة n على 3	0	1	2																	
بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3	2	0	0																			
بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3	0	0	0																			
01	0.5 0.5	$F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$ نجد $F(x) = x^2 + 2x + x \ln x$ صحيحة لأن: بفرض أن							(2)													
01	0.5 0.5	$f'(x) = 1 + (x - 1)e^x$ خاطئة لأن : $f'(x_0) = 1$ معناه $x_0 = 1$ $y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1							(3)													
01	0.5	صحيحة لأن :							(4)													
	0.5	$S_n = (1 + 2 + \dots + n) + \ln \frac{1 \times 2 \times \dots \times n}{2 \times 3 \times \dots \times (n + 1)}$ $S_n = \frac{n(n + 1)}{2} - \ln(n + 1)$																				

التمرين الثالث: (05 نقاط)															
01	0.5 0.5	$u_3 = -\frac{1}{3}$ و $u_2 = 0$	(1)												
2.25	0.75	$v_{n+1} = (n+1) \left(\frac{n}{2n+2} \frac{v_n - 2}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + 2 = \frac{1}{2} v_n - \frac{1}{2}$	(2)												
	0.5	ومنه (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$													
	0.50	$v_n = 4 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1}$ $u_n = \frac{2}{n} \left[2 \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} - 1 \right]$													
0.75	0.75	$S_n = 8 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]$	(3)												
01	0.50 0.50	$w_n = \frac{4n}{v_n - n u_n} = 2n$ $S'_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ ومنه $S'_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$	(4)												
التمرين الرابع: (07 نقاط)															
01	0.50	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{x-1}{x}$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$\ln x$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x}$	-	0	+	$\ln x$	-	0	+	(1)
	x	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x}$	-	0	+												
$\ln x$	-	0	+												
0.25	$\ln x$ و $\frac{x-1}{x}$ إشارة كل من														
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{x-1}{x} + \ln x$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+	(2)				
	x	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+												
	$\frac{x-1}{x} + \ln x$ إشارة														
1.25	0.25	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	(2)												
	0.25	$f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$													
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table> الدالة f متناقصة تماما على $[0;1]$ و متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ جدول التغيرات:		x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$												

1.75	0.25	$h'(x) = 1 + \frac{1}{x}$	(3)																		
	0.25	من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $h'(x) > 0$ ، ومنه h متزايدة تماما على $x \in]0; +\infty[$																			
	0.5	ب- مبرهنة القيم المتوسطة $h(\alpha) = 0$ معناه $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$																			
	0.5	$y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha) = \left(\ln \alpha + \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right)(x - \alpha) + 1 + (\alpha - 1) \ln \alpha$ -ج- $(T): y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} x$																			
	0.25	انشاء (C_f) و (T)	(4)																		
0.75	0.5																				
	0.25	أ- $(x - 1)(-1 + \ln x) = -x + x \ln x + 1 - \ln x = (x - 1) \ln x + 1 - x = f(x) - x$	(5)																		
	0.75	ب- إشارة $f(x) - x$ <table border="1" data-bbox="424 1433 1316 1675"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>e</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x - 1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$-1 + \ln x$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$(x - 1)(-1 + \ln x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></table>		x	0	1	e	$+\infty$	$x - 1$	-	0	+	+	$-1 + \ln x$	-	-	0	+	$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0
x	0	1	e	$+\infty$																	
$x - 1$	-	0	+	+																	
$-1 + \ln x$	-	-	0	+																	
$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0	-	+																	
0.75	0.25	أ- تبين أن : $K'(x) = -\frac{3}{2}x + 2 + (x - 1) \ln x + \frac{1}{2}x - 1 = f(x) - x$	(6)																		
	0.5	ب- المساحة : $S = \int_1^e (x - f(x)) dx = [-k(x)]_1^e = \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{4}e^2 - e \right) u.a$																			
0.50	0.25	- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2; +\infty[$ ، $g(x) = f(x + 2) - 1$	(7)																		
	0.25	- صورة (C_g) بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$																			

الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1.75	0.75 0.75 0.25	القيم الممكنة d و d' : $\begin{cases} d \setminus a \\ d \setminus b \end{cases} \text{ ومنه } d \setminus (5b-a) \text{ اي } d \setminus 3 \text{ ومنه } d \in \{1;3\}$ $\begin{cases} d' \setminus b \\ d' \setminus c \end{cases} \text{ ومنه } d' \setminus (9b-c) \text{ اي } d' \setminus 7 \text{ ومنه } d' \in \{1;7\}$ الاستنتاج: $\text{pgcd}(a;b;c)=1$
0.50	0.50	تعيّن قيم العدد الطبيعي n $\frac{5n+2}{n+1} = 5 - \frac{3}{n+1} \text{ معناه } (n+1) \setminus 3 \text{ اي } n \in \{0;2\}$
01	0.50 0.50	إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $17x \equiv 29[4]$ اي $x \equiv 1[4]$ $S = \{(4k+1; 17k-3) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
0.75	0.50 0.25	$\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases} \text{ ومنه } (4k+1)(17k-3)<279$ ومنه $k \in \{-2; -1; 0; 1\}$ اذن $S' = \{(-7; -37), (-3; -20), (1; -3), (5; 14)\}$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ج) لأن: $e^{(\ln x)^2-6} = x$ معناه $(\ln x - 3)(\ln x + 2) = 0$ اي $x \in \{e^{-2}; e^3\}$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ.) $2^{3k+1} \equiv 2[7] \text{ ومنه } 2^3 \equiv 1[7]$ وبما ان $2023 = 3 \times 674 + 1$ فإن $2^{2023} \equiv 2[7]$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو أ.) لأن: $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx = [\ln(e^x + 1)]_0^{\ln 4043} = \ln 2022$
01	0.50 0.50	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $F'(x) = \frac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	+0.25 0.75	البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n > -2$

01	0.75 0.25	اتجاه تغيّر المتتالية (u_n): من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n + 2)$، بما أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_n > -2$ فإن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما التقارب: (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما	(2)								
1.75	0.50 0.50	أ- (v_n) هندسية أساسها 2: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+2} - u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1} - u_n)} = 2v_n$ v_n بدلالة n: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_n = -2^n$	(3)								
	0.75	ب- المجموع S_n: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $S_n = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1}{-\frac{1}{2}} = 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1\right]$									
1.25	0.5 0.25	أ- تبين أنّ $u_n = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$ $S_n = (u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + \dots + (u_n - u_{n-1}) + \frac{1}{v_n}$ $S_n = u_n - u_0 + \frac{1}{v_n}$ $u_n = S_n - \frac{1}{v_n} = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2\left[\frac{1}{2^n} - 1\right] = -2$	(4)								
	0.50	ب- حساب المجموع S'_n: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = 4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)$ $S'_n = 2 - 2n - \frac{1}{2^{n-1}}$									
التمرين الرابع: (07 نقاط)											
0.50	0.50	إشارة $g(x) - e^{-x}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x) - e^{-x}$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x) - e^{-x}$	-	0	+	(I) (1)
x	$-\infty$	α	$+\infty$								
$g(x) - e^{-x}$	-	0	+								
0.50	0.50	التحقّق أنّ: $0,7 < \alpha < 0,8$ الدالة $x \mapsto g(x) - e^{-x}$ مستمرة على $\mathbb{R}$ و $(g(0.7) - e^{-0.7})(g(0.8) - e^{-0.8}) < 0$	(2)								
0.75	0.25 0.25	حساب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(II) (1)								

	0.25	التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$											
1.25	0.50	أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x}$	(2)										
	0.50	ب- إستنتاج اتجاه تغير الدالة: الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول تغيراتها											
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td></tr> </table>		x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
x	$-\infty$	α	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	0										
1.25	0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - e^{-x}] = 0$	(3)										
	0.25	التفسير: (Γ) و (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$											
	0.50	ب- الوضعية النسبية للمنحنيين (Γ) و (C_f) <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$-x-1$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>الوضعية</td><td>(C_f) فوق (Γ)</td><td>(C_f) تحت (Γ)</td><td></td></tr> </table> $(C_f) \cap (\Gamma) = \{A(-1; e)\}$		x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$-x-1$	+	0	-	الوضعية	(C_f) فوق (Γ)
x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
$-x-1$	+	0	-										
الوضعية	(C_f) فوق (Γ)	(C_f) تحت (Γ)											
02	0.50	أ- معادلة (T) : $y = -2x$	(4)										
	0.25X3	ب- أنشئ (T) و (Γ) و (C_f)											
	0.25	ج- المناقشة البيانية :											
	0.25	إذا كان $m < f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا											
	0.25	إذا كان $m = f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما											
	0.25	إذا كان $m = 0$ فإن للمعادلة حلا معدوما											
	0.25	إذا كان $m > 0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما											

		إذا كان $f(\alpha) < m < 0$ فإن للمعادلة حلين موجبيين تماما	
	0.25	أ- حصر العدد I $\int_{-1}^0 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left(\frac{5}{4(1-x)} \right) dx$ $\frac{3}{4} \leq I \leq \frac{5}{4} \ln 2$	(5)
0.75	0.25	ب- حساب J $J = \int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \left[\ln(x^2 + 1) \right]_{-1}^0 = \frac{-\ln 2}{2}$	
	0.25	حصر المساحة $\frac{3}{4} - \frac{\ln 2}{2} \leq I + J \leq \frac{5}{4} - \frac{\ln 2}{2} \quad \text{ومنه} \quad A = \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x^2 + 1} dx = I + J \quad u.a$ $\frac{3 - 2\ln 2}{4} \leq A \leq \frac{3}{4} \ln 2 \quad \text{اي}$	