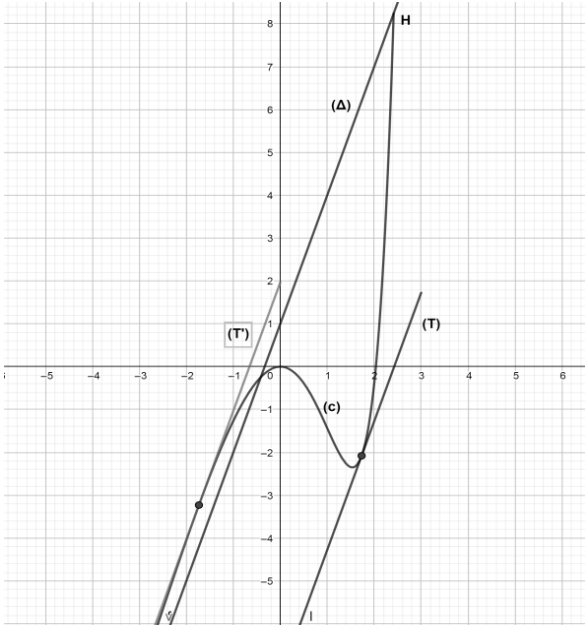


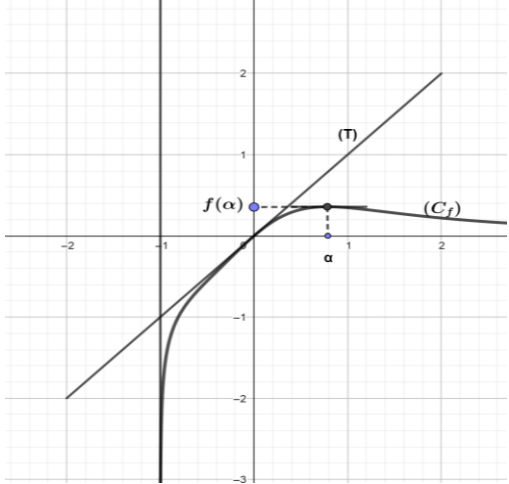
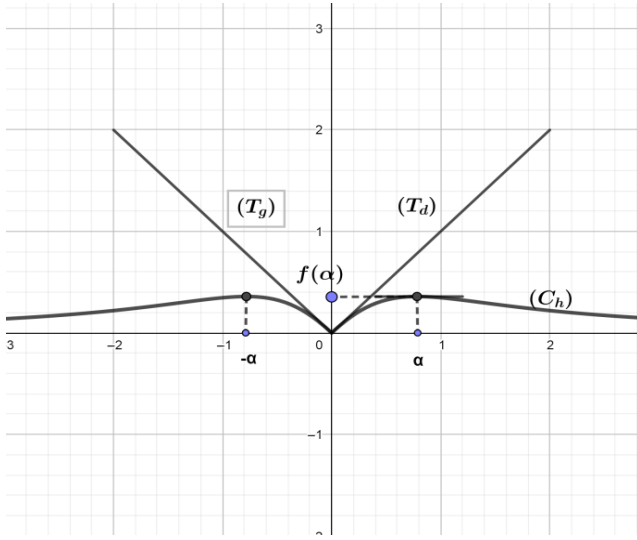
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)						
مجموعة	مجزأة							
التمرين الأول: (04 نقاط)								
01.25	0.25	1) أ. التحقق : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$ ب. . البرهان بالتراجع : $-2 < u_n < -1$ ج. (u_n) متناقصة تماما ، (u_n) متقاربة.						
	0.50							
	0.25+0.25							
02.00	0.50	2) أ. (v_n) هندسية أساسها 3 : $v_{n+1} = v_n \times 3$ حدّها الأول $v_0 = -4$ ب. $v_n = -4 \times 3^n$ استنتاج: $u_n = \frac{3}{2 + 4 \times 3^n} - 2$ ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -2$						
	0.25							
	0.50							
	0.50							
	0.25							
0.75	0.25	3) أ. التّحقّق : $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$ ب. $S_n = (n + 1) \ln 4 + \frac{(n + 1)n}{2} \ln 3$						
	0.50							
التمرين الثاني: (04 نقاط)								
01	0.25x4	1) توزيع الكريات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 هو 4 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 2 هو 2 عدد الكريات التي تحمل الرقم 3 هو 3 ، عدد الكريات التي تحمل الرقم 4 هو 3						
02.25	3x0.75	2) $p(C) = \frac{5}{12}$ ، $p(B) = \frac{3}{4}$ ، $p(A) = \frac{7}{12}$						
0.75	0.25	3) مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي 1, 2, 3, 4 $E(X) = \frac{29}{12}$						
	0.50							
التمرين الثالث: (05 نقاط)								
01	01.00	1) حلّ المعادلة $(E) \quad (x, y) = (k + 1, 42k + 4) \quad k \in \mathbb{Z}$						
02.75	0.50	2) أ. تبين أن الأعداد a ، b و c تُحقّق : $113a = 3(c - 42b + 151)$ استنتاج أن: $a = 3$ ب. $a = 3$ و $113a = 3(c - 42b + 151)$ تكافئ $42b - c = 38$ $b = 1$ و $c = 4$ ، $N = 2021$						
	0.50							
	0.25 3x0.50							
01.25	0.50	3) أ. بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 6 <table><tr><td>n</td><td>2k</td><td>2k+1</td></tr><tr><td>الباقى</td><td>1</td><td>5</td></tr></table> ب. $2021^{2n} + 1441^n + 4$ مضاعف للعدد 6 ج. $A_n \equiv 0[6]$ يعنى: n فردي	n	2k	2k+1	الباقى	1	5
	n		2k	2k+1				
	الباقى		1	5				
0.50								
0.25								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)																				
مجموعة	مجزأة																					
التمرين الرابع: (07 نقاط)																						
01.50	0.25+0.25	(I) دراسة تغيّرات الدالة g $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 3$ $g'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x$ إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ على $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و $g'(x) < 0$ على $] -3; 1[$ و $g'(x) = 0$ من أجل $x = -3$ أو $x = 1$ g متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]1; +\infty[$ و متناقصة تماما على $]-3; 1[$ جدول التغيّرات.																				
	0.25																					
	0.25																					
	0.25																					
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>3</td><td>$g(-3)$</td><td>0</td><td>$g(1)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$	$g'(x)$		0	$-$	0	$+$	$+$	$g(x)$	3	$g(-3)$	0	$g(1)$	0
x	$-\infty$	-3	0	1	α	$+\infty$																
$g'(x)$		0	$-$	0	$+$	$+$																
$g(x)$	3	$g(-3)$	0	$g(1)$	0	$+\infty$																
0.50	0.25+0.25	(II) 1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$																				
01.00	0.50	(2) أ. g مستمرة و متزايدة تماما ، $g(1.53) \times g(1.54) < 0$																				
	0.25	ب. $g(0) = 0$																				
	0.25	إشارة $g(x)$: $g(x) > 0$ على $] -\infty; 0[$ و $] \alpha; +\infty[$ و $g(x) < 0$ على $]0; \alpha[$ $g(x) = 0$ لما $x = 0$ أو $x = \alpha$																				
0.75	0.25	(2) أ. تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$																				
	0.25	ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f																				
	0.25	ج. جدول تغيّرات الدالة f <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$					
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$																		
$f(x)$	$-\infty$	0	$f(\alpha)$	$+\infty$																		
01.25	0.25	(3) أ. تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x + 1$ مقارب مائل لـ (C) عند $-\infty$																				
	0.25	ب. وضعيّة (C) بالنسبة إلى (Δ) : (C) أعلى (Δ) على $] -\infty; 1 - \sqrt{2}[$ و $]1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و (C) أسفل (Δ) على $]1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}[$																				
	0.25	(C) يقطع (Δ) عند $H(1 - \sqrt{2}; -3\sqrt{2} + 4)$ و $H'(1 + \sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 4)$																				
	0.50	ج. تبيان أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تحقق: $2,03 < \beta < 2,04$ د. تبيان أنّ (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين لـ (Δ)																				

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموعة	مجزأة																
01.00	0.25x3 0.25	(4) رسم (Δ) ، (T) ، (T') رسم (C) على $]-\infty ; 1+\sqrt{2}]$ 															
	0.25+0.25 0.25 0.25	(5) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty$ ب. h متزايدة تماما على كل من $[0; 1]$ و $[e^\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; e^\alpha]$ جدول تغيّراتها. <table border="1" data-bbox="611 1328 1085 1579"><tr><th>x</th><th>0</th><th>1</th><th>e^α</th><th>$+\infty$</th></tr><tr><th>$h'(x)$</th><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><th>$h(x)$</th><td>$-\infty$</td><td>$f(0)$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	1	e^α	$+\infty$	$h'(x)$	+	0	-	0	+	$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$
x	0	1	e^α	$+\infty$													
$h'(x)$	+	0	-	0	+												
$h(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(\alpha)$	$+\infty$													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
التمرين الأول: (04 نقاط)										
01.25	0.50	(1) أ . البرهان بالتراجع : $0 < u_n < 2$ ب. (u_n) متزايدة تماما ، (u_n) متقاربة.								
	0.25+0.50									
01.25	0.25+0.25	(2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، $v_0 = -3$ ب. $u_n = \sqrt{4 - 3(\frac{1}{2})^n}$ ، $v_n = -3(\frac{1}{2})^n$ ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$								
	0.25+0.25									
	0.25									
01.50	0.50	(3) أ . تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{n \times 2^{n+2} + 3}{2^n} - 2$ ب. تبين أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = PGCD(2^n ; 3)$ ج. استنتاج أن : $PGCD(2^n ; 3 + n \times 2^{n+2}) = 1$ د. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $S_n = \frac{83}{8}$ $99 \times 2^n = 8(3 + n \times 2^{n+2})$ يعني $S_n = \frac{83}{8}$ نجد : $n = 3$								
	0.25									
	0.25									
	0.25									
	0.25									
التمرين الثاني: (04 نقاط)										
0.50	0.50	(1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42								
02	0.50+0.50	(2) أ . $P(A) = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$ و $P(B) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$ ب. $P(C) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$ و $P(E) = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$								
	0.50+0.50									
01.50	0.25	(3) قانون احتمال مجموعة قيم X هي : $\{0;1;2\}$ <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{12}{42}$</td><td>$\frac{24}{42}$</td><td>$\frac{6}{42}$</td></tr></table> أمله الرياضيائي : $E(X) = \frac{6}{7}$	x_i	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$
	x_i		0	1	2					
	$P(X = x_i)$		$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$					
0.75										
0.50										

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)														
مجموعة	مجزأة															
التمرين الثالث: (05 نقاط)																
01.25	0.75 0.50	(1) أ. حلّ المعادلة (E): $(x; y) = (6k+1, 7k+1) \quad k \in \mathbb{Z}$ ب. التحقق أنّ xy عدد طبيعي غير معدوم يكفي أن نثبت $(6k+1)(7k+1) > 0$														
01.25	0.75	<table><tr><td>n</td><td>3k</td><td>3k+1</td><td>3k+2</td></tr><tr><td>بواقي قسمة 4^n على 7</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	n	3k	3k+1	3k+2	بواقي قسمة 4^n على 7	1	4	2	(2) أ. بواقي قسمة 4^n على 7					
	n	3k	3k+1	3k+2												
بواقي قسمة 4^n على 7	1	4	2													
	0.50	ب. $4 \times 2019^{2021} + 2022^{2022}$ يقبل القسمة على 7														
0.50	0.50	(3) البرهان بالتراجع $4^n \equiv 4[6]$														
02	0.50	(4) أ. تبين أنّ: $A = 4^{ab} - 4$ $A = 0 \times 4^0 + 3 \times 4^1 + \dots + 3 \times 4^{ab-1} = 3 \times (4^1 + \dots + 4^{ab-1})$														
	0.50	ب. التّحقّق أنّ: $A \equiv 0[6]$ ($ab \in \mathbb{N}^*$ و $4^n \equiv 4[6]$) تعيين الثنائيات $(a; b)$ التي من أجلها يكون A قابلا للقسمة على 42														
	01	$A \equiv 0[42]$ يعني $A \equiv 0[7]$ و منه $4^{k+1} \equiv 4[7]$ أي $k=3h \quad h \in \mathbb{N}$ و منه : $(a; b) = (18p+1; 21p+1) \quad p \in \mathbb{N}$														
التمرين الرابع: (07 نقاط)																
0.75	0.75	(I) (C) أعلى (Γ) على $]-1; \alpha[$ و (C) أسفل (Γ) على $[\alpha; +\infty[$ (C) يتقاطعان (Γ) في $H(\alpha; \alpha^2+1)$														
0.75	0.75	(2) إشارة $g(x)$ $g(x) > 0$ على $]-1; \alpha[$ و $g(x) < 0$ على $[\alpha; +\infty[$ $g(x) = 0$ لما $x = \alpha$														
0.75	0.25+0.25 0.25	(II) 1. أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ب. $x = -1$ و $y = 0$ معادلتا مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)														
01.50	0.50	(2) أ. تبين أنّ $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$														
	0.50	ب. f متزايدة تماما على $]-1; \alpha[$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$														
	0.50	جدول تغيّراتها الدالة f . <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td></tr></table>				x	-1	α	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$
x	-1	α	$+\infty$													
$f'(x)$		+	-													
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
0.75	0.25	ج. $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ $0.35 < f(\alpha) < 0.36$ د. معادلة لـ (T) : $y = x$
	0.25	
	0.25	
0.75	0.25	5 رسم (T) رسم (C_f) 
	0.50	
01.75	0.25	أ. الدالة h زوجية. ب. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x)}{x} = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)}{x} = 1$ ، h غير قابلة للاشتقاق من أجل الصفر التفسير: وجود نصفي مماسين في المبدأ ج. (C_h) ينطبق على (C_f) على $[0; +\infty[$ ثم نتم الرسم بالتناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب .  رسم (C_h) انطلاقا من (C_f)
	0.25+0.25	
	0.25	
	0.25	
	0.50	