

| العلامة                   |                 | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)                                                                                                                          |
|---------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                     | مجزأة           |                                                                                                                                                        |
| التمرين الأول: (04 نقاط)  |                 |                                                                                                                                                        |
| 04                        | 0.5+2× 0.25     | (1) اثبات أن $(v_n)$ متتالية هندسية و حساب $v_0$                                                                                                       |
|                           | 0.5+2× 0.25     | (2) كتابة $v_n$ بدلالة $n$ و استنتاج $u_n$ بدلالة $n$                                                                                                  |
|                           | 0.25            | (3) حساب المجموع $S_n$ حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$                                                                                           |
|                           | 01              | (4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ $7^n$ على 9 .                                                                                                   |
|                           | 0.5             | ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$                                                                            |
|                           | 0.25            | ج) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$                                                                                       |
| التمرين الثاني: (04 نقاط) |                 |                                                                                                                                                        |
| 04                        | 3 × 0.5         | (1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$                                                                                                      |
|                           | 0.5<br>4 × 0.25 | (2) مجموعة الامكانيات<br>الأمّل الرياضياتي $X \models E(x)$ هو : $E(x) = \frac{6}{5}$                                                                  |
|                           | 0.5             | (3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1.C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$                                                                              |
|                           | 0.5             | (4) (عدد الحالات الملائمة للحدث هو 4) ومنه الاحتمال يساوي $\frac{2}{5}$                                                                                |
| التمرين الثالث: (04 نقاط) |                 |                                                                                                                                                        |
| 04                        | 0.5             | (1) أ) التحقق أن النقطة $C$ من الدائرة $(\Gamma)$                                                                                                      |
|                           | 0.75<br>0.75    | ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$<br>استنتاج أن $C$ صورة $B$ بالدوران $r$ الذي مركزه $A$ يطلب تعيين زاويته . |
|                           | 0.5+2× 0.25     | (2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه $S$                                                                                                               |
|                           | 0.5             | ب) تعيين. $z_D = 2 + (1 + \sqrt{3})i$ ، $z_D$                                                                                                          |
|                           | 0.25            | (3) التحاك $h$ مركزه $A$ حيث $S = hor$ نسبته 2<br>استنتاج أن النقط $A$ ، $C$ و $D$ في إستقامية.                                                        |
|                           | 0.25            | (4) التحقق أن النقطة $C$ من المجموعة $(E)$<br>استنتاج طبيعة المجموعة $(E)$                                                                             |
| التمرين الرابع: (08 نقاط) |                 |                                                                                                                                                        |
| 1.75                      | 2× 0.25         | (I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$                                                                                                                       |
|                           | 0.75            | ب) استنتاج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $]-1; -0,5[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر                                                  |
|                           | 0.5             | ج) استنتاج اشارة $g(x)$ .                                                                                                                              |

| العلامة |        | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)                                                                                            |
|---------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة  |                                                                                                                          |
| 04.75   | 2×0.5  | (II)<br>(1) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .                             |
|         | 2×1    | (2) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = g(x)$<br>جدول تغيرات الدالة $f$                                              |
|         | 2×0.25 | (3) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$<br>استنتاج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ |
|         | 0.25   | ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .                                                   |
|         | 0.5    | ج) كتابة معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$ .                                                      |
|         | 0.5    | (4) إنشاء المستقيم $(\Delta)$ والمماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$                                                            |
| 0.75    | 0.75   | (5) حساب $f(x) - g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة $f$ .                                                                |
| 0.75    | 0.25   | (6) أ) إثبات أن الدالة $h$ زوجية.                                                                                        |
|         | 0.25   | ب) إثبات أنه من أجل كل $x$ من $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x-2) + 1$                                                   |
|         | 0.25   | ج) كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$<br>أنشاء $(C_h)$ في المجال $[-3; 3]$                                             |

| العلامة                  |                            | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)                                                                                                                                                                      |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                    | مجزأة                      |                                                                                                                                                                                                     |
| التمرين الأول: (04 نقاط) |                            |                                                                                                                                                                                                     |
| 04                       | 1<br>1                     | (1) أ) التحقق أن $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E) .....<br>ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.....                                                                                     |
|                          | 0.75<br>0.75               | (2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$ .....<br>ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n \equiv 12[41]$ .....                                                                                                     |
|                          | 0.25<br>0.25               | (3) أ) $A$ و $B$ يقبلان القسمة على $2n+3$ .....<br>ب) $\text{pgcd}(A, B)$ حسب قيم $n$ .....                                                                                                         |
|                          | التمرين الثاني: (04 نقاط)  |                                                                                                                                                                                                     |
| 04                       | 1<br>0.75                  | (1) مجموع الامكانيات .....<br>أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$ .....                                                                  |
|                          | 0.5<br>0.5                 | ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1 - \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$ .....                                                                                                    |
|                          | 0.5                        | ج) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{1}{21}$                                                                                                      |
|                          | 0.5                        | (2) أ) قيم المتغير العشوائي $X$ هي قيم المجموعة $\{0, 1, 2, 3\}$ .<br>قانون الاحتمال $\left( P(X=0) = \frac{4}{84}, P(X=1) = \frac{30}{84}, P(X=2) = \frac{40}{84}, P(X=3) = \frac{10}{84} \right)$ |
|                          | 0.5                        | ب) $P(X^2 - X \leq 0) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{4}{84} + \frac{30}{84} = \frac{34}{84}$ .....                                                                                                       |
|                          | التمرين الثالث: ( 05 نقاط) |                                                                                                                                                                                                     |
| 03                       | 0.5<br>2×0.5               | (I) أ).التحقق ان $(2-2\sqrt{3})^2 = 16-8\sqrt{3}$ .....<br>ب). $L_1 = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ و $L_2 = (2\sqrt{3}-2) - i(2+2\sqrt{3})$ .....                                                |
|                          | 0.5                        | (II) أ) 1) $z_A = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ .....                                                                                                                                             |
|                          | 0.5                        | $z_A = 4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)} = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$                                                                                                   |
|                          | 0.5                        | ب). استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ و $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$                            |

| العلامة                   |          | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع                     | مجزأة    |                                                                                                                                                                                                                                          |
| 02                        | 0.5      | (2) $S$ تشابه مباشر الذي يحول $A$ الى $B$ و يحول $B$ الى $C$ .                                                                                                                                                                           |
|                           | 0.5      | (أ) العبارة المركبة للتشابه $S$ هي : $z' = \frac{1}{2}iz$                                                                                                                                                                                |
|                           | 0.5      | (ب) العناصر المميزة للتشابه $S$ : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$                                                                                                                                          |
|                           | 0.5      | (3) لنكن $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2), (B;-2), (C;4)\}$ .                                                                                                                                                                            |
|                           | 0.5      | (أ) $z_G = 1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$<br>(ب) $MG = \sqrt{2}$ تكافئ $\ \vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\  = 2\sqrt{2}$<br>(E) دائرة مركزها $G$ وطول نصف قطرها $R = \sqrt{2}$ ، محيط $(E')$ هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول. |
| التمرين الرابع: (07 نقاط) |          |                                                                                                                                                                                                                                          |
| 06                        | 0.5+0.75 | (I) الدالة $g$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$<br>$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = e$ ، من أجل كل على المجال $]0; +\infty[$ . فان $g(x) > 0$                                                            |
|                           | 2×0.5    | (II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$<br>(1) (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، تبين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$                           |
|                           | 0.75     | (ب) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$                                                                                                                                                                    |
|                           | 2×0.5    | (ج) الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$ .                                                                                                                                                         |
|                           | 0.25     | (2) معادلة للمماس $(T): y = \frac{1}{2}(e+1)x - \frac{1}{2}(e+1) + \ln 2$                                                                                                                                                                |
|                           | 0.25     | (3) (أ) الدالة $f$ على $]0; +\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $A$ ذات الفاصلة $\alpha$                                                                         |
|                           | 0.25     | (ب) التحقق ان $0.7 < \alpha < 0.8$                                                                                                                                                                                                       |
|                           | 2×0.25   | (4) (أ) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x+1)] = 0$ و التفسير الهندسي                                                                                                                                                      |
|                           | 0.25     | (ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين $(\Gamma)$ و $(C_f)$                                                                                                                                                                                    |
|                           | 2×0.25   | (ج) رسم $(T)$ و $(\Gamma)$ و $(C_f)$                                                                                                                                                                                                     |

| العلامة |       | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 1       | 0.25  | (5). للمعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين من أجل $m \in \left] \frac{1}{2}(1+e) - \ln 2; +\infty \right[$                                                                                                                                                                                                                    |
|         | 0.25  | (6). نقبل انه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : $\ln x < x+1$                                                                                                                                                                                                                                                              |
|         | 0.25  | أ) نبين أنه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$                                                                                                                                                                                                                                                |
|         | 0.25  | ب) التحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : أن الدالة :<br>$x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ .<br>ج) باستخدام السؤال 6) أ) نبين أن : $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$<br>لدينا : $\int_{e-1}^{e^2-1} e + \ln(x+1)dx < S < \int_{e-1}^{e^2-1} \ln 2 dx$ ومنه $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$ |