

العلامة		(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة
04 نقاط		التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,5	1. أ. $z_B = 3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $z_A = \sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$
	0,5	ب. $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n = e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4} = k\pi$ وحسب غوص $n = 4k$ حيث $k \in \mathbb{N}$
	0,5	ج. لدينا: $z = z_A \times 4e^{i\frac{\pi}{12}} = 4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $ z = 4\sqrt{2}$ و $\arg(z) = -\frac{\pi}{6}$
	0,5	$\frac{z}{z_A} = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$
	0,5	د. $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ و $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
	0,5	2. أ. $z_C = -3 + i$ ومنه $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$
	0,25	المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .
	0,25	ب. $z_D = \frac{-z_A + z_B + z_C}{-1 + 1 + 1} = -1 + 5i$
	0,5	ومنه $\overline{CD} = \overline{AB}$ وبالتالي $ABDC$ متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع.
04,25 نقطة		التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0,5	1. أ. $\overline{AB}(1; -2; 0) \wedge \overline{AC}(-3; 1; 5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويًا.
	0,5	ب. $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه $\vec{n}(2; 1; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .
	0,25	معادلة (ABC) هي: $2x + y + z - 6 = 0$.
	0,5	2. أ. معادلة المستوي $(\mathcal{P})$ هي: $x + y - 3z - 1 = 0$.
	0,25	$(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان لأن $\vec{n} \perp \vec{n}'$ حيث $\vec{n}'(1; 1; -3)$ ومنه $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$
	0,5	ب. بالتعويض نجد $(\Delta) \subset (\mathcal{P})$ و $(\Delta) \subset (ABC)$
	0,5	3. أ. $H(5; -1; -3)$
	0,5	ب. $d(H; (\Delta)) = d(H; (\mathcal{P})) = \frac{12\sqrt{11}}{11}$
	0,5	4. أ. لدينا: $(\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}) \cdot \vec{u} = 0$ تكافئ $\overline{MH} \cdot \vec{u} = 0$ ومنه $(\mathcal{P}')$ هو المستوي الذي يشمل النقطة H و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له.
	0,25	معادلة $(\mathcal{P}')$ هي $4x - 7y - z - 30 = 0$.

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
0,75 نقطة	0,5	ب - $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{P}') = (\Delta) \cap (\mathcal{P}') = \{E\}$ ومنه $E\left(\frac{43}{11}; -\frac{23}{11}; \frac{3}{11}\right)$	
	0,25	ج - $d(H; (\Delta)) = EH = \frac{12\sqrt{11}}{11}$	
03, 5 نقطة		التمرين الثالث: (03,5 نقطة)	
	01	1. أ - $8^4 \equiv 1[13], 8^3 \equiv 5[13], 8^2 \equiv 12[13], 8^1 \equiv 8[13], 8^0 \equiv 1[13]$ ومنه لكل $k \in \mathbb{N}$ $8^{4k+\alpha} \equiv 8^\alpha[13]$ مع $\alpha \in \{0; 1; 2; 3\}$	
	0,75	ب - $42 \times 138^{2015} + 2014^{2037} - 3 \equiv 3 \times 5 - 1 - 3[13]$ ومنه الباقي 11.	
	01	2. أ - $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} - (-8)^{2n+3}[13]$ أي $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} + 8^{2n} \times 5[13]$ ومنه $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n}[13]$	
	0,75	ب - $5n+6 \equiv 0[13]$ لأن 8^{2n} أولي مع 13 إذا $n \equiv 4[13]$ و $n \in \mathbb{N}$	
04 نقطة		التمرين الرابع: (07,5 نقطة)	
	0,5	1. (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -2} h(x) = +\infty$	
	0,25	2. من أجل كل x من $]-2; +\infty[$: $h'(x) = \frac{2(x^2 + 4x + 3)}{x+2}$	
	0,25	الدالة h متناقصة تماما على $]-2; -1[$ ومتزايدة تماما على $[-1; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة h .	
	0,25	3. لكل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) \geq 3$ ، ومنه $h(x) > 0$.	
	0,25	1. (II) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$	
	0,25	$x = -2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) .	
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. أ - لكل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$	
	0,25	ب - الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .	
	0,25	3. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ ومنه (Δ) المستقيم المقارب المائل لـ (C_f) .	
	0,5	ب - (C_f) تحت (Δ) على $]-2; -1[$ ؛ (C_f) فوق (Δ) على $[-1; +\infty[$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
03,5 نقطة	0,25	$f''(x) = \frac{-6 + 4\ln(x+2)}{(x+2)^3} :]-2; +\infty[$	4. أ - لكل x من المجال
	0,25	$f''(x)$ تتعدم عند $e^{\frac{3}{2}} - 2$ وتغير إشارتها	
	0,25	$A\left(e^{\frac{3}{2}} - 2; e^{\frac{3}{2}} + 3e^{\frac{3}{2}} - 1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .	
	0,75	ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .	
	0,5	$s = \int_{-1}^1 f(x) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + x + \ln^2(x+2) \right]_{-1}^1 = \left(2 + \ln^2 3\right) cm^2$ - ج	
	0,75	(III) 1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = 3$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = -3$	
	0,25	الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند العدد -1	
	0,5	2. المنحنى (C_g) يقبل نصف مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1; 0)$.	
العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط			التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,5	1. أ - الجملة: $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda; (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .	
	0,5	ب - إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) هي: $(1; 1; 3)$.	
	0,5	2. $\vec{n} \perp \vec{u}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}_{(D)}$ ومنه $\vec{n}(2; -2; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$	
	0,5	المعادلة الديكارية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي: $2x - 2y - z + 3 = 0$.	
	0,5	3. أ - المعادلة الديكارية للمستوي $(\mathcal{Q})$ هي: $x + 2y - 2z - 9 = 0$.	
	0,5	ب - $E \in (\Delta) \cap (\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$	
	0,5	ج - $d(B; (\Delta)) = BE = \sqrt{10}$	
	0,5	د - $S_{BEC} = \frac{1}{2} BE \times CE = 2\sqrt{10} ua$	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
05 نقاط		التمرين الثاني: (05 نقاط)	
	0,75	1. $\Delta = 16(\sin^2 \theta - 1) = (4i \cos \theta)^2$. ومنه $z'' = 2 \sin \theta - 2i \cos \theta$ ، $z' = 2 \sin \theta + 2i \cos \theta$	
	0,5	2. $z_2 = \sqrt{3} - i = 2e^{i(-\frac{\pi}{6})}$ و $z_1 = \sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$	
	0,5	3. $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i\sqrt{3}$.	
	0,5	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث ABC قائم في A .	
	0,75	ب - $z_C - z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$ هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.	
	0,5	ج - $t(B) = D$ تعني $z_D = z_B + z_{\overline{AC}}$ ومنه $z_D = 3\sqrt{3} - i$	
	0,5	$\overline{BD} = \overline{AC}$ والمثلث ABC قائم ومنه الرباعي $ABDC$ مستطيل	
	0,5	4. أ - (Γ_1) هي الدائرة ذات القطر $[BC]$ باستثناء B .	
	0,5	ب - (Γ_2) هي المستقيم (BC) باستثناء B .	
04 نقاط		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
	0,5	1. أ - إعادة رسم الشكل وتمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على حامل محور الفواصل	
	0,25	ب - التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة	
	0,75	2. أ - البرهان بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 8$.	
	0,5	ب - لكل عدد طبيعي $n : u_{n+1} - u_n = \sqrt{6u_n + 16} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$: $n \in \mathbb{N}$	
	0,5	ج - المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.	
	0,75	3. أ - نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$.	
	0,5	ب - نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$: $n \in \mathbb{N}$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 8$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
07 نقاط			التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,5		(I) 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$
	0,25		2. لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = (x+3)e^x$.
	0,25		$g'(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-\infty; -3]$ و $g'(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-3; +\infty[$
	0,25		الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3]$ و متزايدة تماما على المجال $[-3; +\infty[$
	0,25		جدول تغيرات الدالة g .
	0,5		3. $g(0) = 0$ ؛ $g(x) \leq 0$ لكل $x \in]-\infty; 0]$ و $g(x) \geq 0$ لكل $x \in [0; +\infty[$.
	0,5		(II) 1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left[\frac{2x+3}{x+1} - e^x \right] = -\infty$
	0,5		2. أ - لكل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$.
	0,25		ب - إشارة $f'(x)$.
	0,25		جدول تغيرات الدالة f .
	0,25		ج - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-xe^x - e^x] = 0$ ؛ (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)
	0,5		(C_f) يقع فوق (Δ) من أجل $x \in]-\infty; -1]$ و يقع تحت (Δ) من أجل $x \in [-1; +\infty[$. (C_f) يقطع (Δ) عند النقطة $A(-1; 1)$
	0,5		3. أ - بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة مرتين .
	0,5		$f(0,92) \approx 0,02$ ؛ $f(0,93) \approx -0,03$ ؛ $f(-1,56) \approx -0,002$ ؛ $f(-1,55) \approx 0,01$
	0,75		ب - رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .
	0,25		4. أ - $u(x) = xe^x$ إذا $u'(x) = (x+1)e^x$
	0,5		ب - $A = \int_0^a [2x+3 - f(x)] dx = \alpha e^a u a$
	0,25		ج - $2,31 < A < 2,36$