

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05 نقاط )

يعطي الجدول التالي الاستهلاك  $y_i$  (باللتر  $l$  لكل  $100 km$ ) من الوقود لقاطرة منجمية بدلالة سرعتها  $x_i$  مقدرة بـ  $km/h$ .

|                            |     |     |     |     |     |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ مقدرة بـ $(km/h)$    | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  |
| $y_i$ مقدرة بـ $(l/100km)$ | 3,2 | 3,4 | 3,8 | 4,4 | 5,2 |

(1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.

(2) تعطى معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ  $y$  بدلالة  $x$  كالآتي:  $y = 0,05x + 0,5$ .

باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك هذه القاطرة من الوقود عندما تسيّر بسرعة قدرها  $130 km/h$ ؟

(3) نبحث في هذا الجزء عن تعديل آخر.

(أ) أتمم الجدول التالي: (تدوّر كل نتائج الحسابات إلى  $10^{-2}$  عند ملء الجدول فقط)

|                            |     |     |     |     |     |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ مقدرة بـ $(km/h)$    | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  |
| $y_i$ مقدرة بـ $(l/100km)$ | 3,2 | 3,4 | 3,8 | 4,4 | 5,2 |
| $z_i = \ln y_i$            |     |     |     |     |     |

(ب) عيّن  $(\bar{x}; \bar{z})$  إحداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية  $(x_i; z_i)$ .

(ج) عيّن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ  $z$  بدلالة  $x$  على الشكل  $z = ax + b$ .

(د) عبّر عن  $y$  بدلالة  $x$ ؛ باستعمال هذا التعديل، ما هو تقديرك لاستهلاك القاطرة من الوقود عندما تسيّر بسرعة قدرها  $130 km/h$ ؟

(هـ) في الواقع أنه ابتداءً من السرعة  $90 km/h$ ، كلما ازدادت هذه الأخيرة بمقدار  $10 km/h$  ارتفع استهلاك القاطرة للوقود بمقدار  $0,75 l$ .

من بين التعديلين السابقين؛ أيهما يعطي أفضل تقدير لاستهلاك القاطرة من الوقود حينما تسيّر بسرعة  $130 km/h$ ؟

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

اختر الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

(1) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بحدها العام:  $u_n = 5 \times 2^n \times 3^{n-1}$ .

(أ)  $(u_n)$  حسابية ، (ب)  $(u_n)$  هندسية ، (ج)  $(u_n)$  ليست هندسية ولا حسابية.

(2)  $(v_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $v_0 = 1$  وأساسها 4 ؛ قيمة  $n$  التي من أجلها يكون  $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 2015$

هي: (أ)  $n = 31$  ، (ب)  $n = 32$  ، (ج)  $n = 33$ .

(3) منحنى الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x^2 - 1)^3$  ، يقبل مماسًا في النقطة ذات الفاصلة  $\sqrt{2}$  معادلته:

(أ)  $y = \sqrt{2}x + 1$  ، (ب)  $y = 6\sqrt{2}x - 11$  ، (ج)  $y = 6\sqrt{2}x + 1$ .

(4)  $A$  و  $B$  حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث:  $P(A) = 0,3$  و  $P_A(B) = 0,4$ .

(أ)  $P(A \cap B) = 0,12$  ، (ب)  $P(A \cap B) = 0,1$  ، (ج)  $P(A \cap B) = 0,7$ .

(5)  $A$  و  $B$  حادثتان مستقلتان من مجموعة إمكانيات، حيث:  $P(A) = 0,3$  و  $P(B) = 0,4$ .

(أ)  $P(A \cup B) = 0,7$  ، (ب)  $P(A \cup B) = 0,58$  ، (ج)  $P(A \cup B) = 0,12$ .

(6)  $A$  و  $B$  حادثتان من مجموعة إمكانيات، حيث:  $P_A(B) = 0,4$  ،  $P(A) = 0,3$  و  $P(A \cup B) = 0,68$ .

(أ)  $P(B) = 0,204$  ، (ب)  $P(B) = 0,272$  ، (ج)  $P(B) = 0,5$ .

**التمرين الثالث: ( 09 نقاط )**

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3$ .

( $C_f$ ) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$ .

(ب) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  ؛ ثم فسّر النتيجة هندسيًا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع محور الفواصل.

(ب) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) في النقطة  $\Omega(0; -1)$ .

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(-x) + f(x) = -2$  ثم استنتج أن ( $C_f$ ) يقبل مركز تناظر.

(د) ارسم المماس ( $T$ ) والمنحنى ( $C_f$ ) في نفس المعلم.

(4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى ( $C_f$ ) والمستقيمت التي معادلاتها  $x = 0$  و  $x = -\ln 3$  و  $y = 0$ .

(5)  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = f(|x|)$  ، و ( $C_h$ ) منحناها البياني في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(أ) بين أن  $h$  دالة زوجية.

(ب) اعتمادًا على المنحنى ( $C_f$ )، اشرح كيف يتم رسم المنحنى ( $C_h$ ) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 06 نقاط )

بيّنت دراسة أنّ 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يُحالون على التقاعد سنوياً وبالمقابل يُوظّف 3000 عامل سنوياً. علماً أنّ سنة 2012 كان عدد العمال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ  $u_n$  لعدد العمال سنة  $2012 + n$  أي  $u_0 = 50$ .

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$ .

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$ .

ب) بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  ليست حسابية وليست هندسية.

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = 60 - u_n$ .

أ) بيّن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ؛ ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج) قيّر عدد العمال سنة 2017.

د) حدّد اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

هـ) احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ . هل يمكن أن يصل عدد عمال المصنع إلى 60000 عامل؟

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

مصنع سيارات يشتغل بوحدين  $A$  و  $B$  وينتج نوعين: سيارات تسير بالبنزين يُرمز إليها بـ  $E$  وأخرى بغير البنزين  $\bar{E}$ . رُبّع إنتاج هذا المصنع تصنعه الوحدة  $A$ .

اشترى شخص سيارة من إنتاج هذا المصنع، احتمال أن تكون هذه السيارة من صنع الوحدة  $A$  وتسير بالبنزين يساوي  $\frac{1}{6}$ ، واحتمال أن تكون من صنع الوحدة  $B$  وتسير بالبنزين يساوي  $\frac{3}{8}$ .

(تعطى كل النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال).

(1) بيّن أنّ احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة  $A$  يساوي  $\frac{2}{3}$ .

(2) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين علماً أنّها من صنع الوحدة  $B$ .

(3) أ) احسب احتمال أن تكون السيارة تسير بالبنزين.

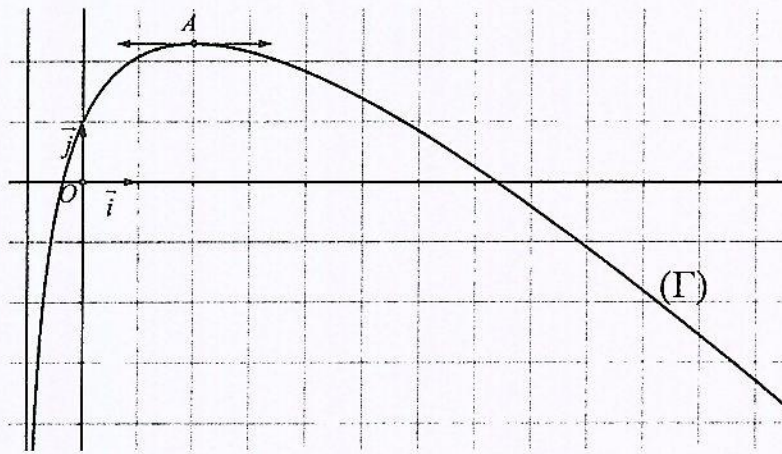
ب) علماً أنّ السيارة تسير بالبنزين ما احتمال أن تكون من صنع الوحدة  $A$  ؟

(4) أنجز شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه الوضعية.

### التمرين الثالث: ( 09 نقاط )

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(I)  $f$  دالة معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$ ، حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.



( $\Gamma$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$ ، المعطى في الشكل المقابل، يقبل في النقطة  $A(2; -1+3\ln 3)$  مماسًا موازيًا لحامل محور الفواصل.

(1) بقاء بيانية:

(أ) ضع تخمينًا حول:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من  $a$  و  $b$ .

(II) نعتبر في هذا الجزء:  $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x + 1)$ .

(1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-1$  بقيم أكبر.

(2) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ . (يُعطى  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$ )

(3) (أ) عيّن النقطة  $B$  من المنحنى ( $\Gamma$ ) التي يكون فيها المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $\Gamma$ ) موازيًا للمستقيم الذي معادلته  $y = x$ ، ثم اكتب معادلة للمماس ( $T$ ).

(ب) استنتج بيانًا، قيم العدد الحقيقي  $m$  التي تقبل من أجلها المعادلة  $f(x) = x + m$  حلين موجبين تمامًا.

(4)  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بـ:  $g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$ .

(أ) احسب  $g'(x)$ ؛ ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

(ب) لتكن  $\alpha$  و  $\beta$  فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى ( $\Gamma$ ) مع حامل محور الفواصل،

بيّن أن:  $\alpha \in ]7,37; 7,38[$  و  $\beta \in ]-0,37; -0,36[$ .

(ج) احسب  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى ( $\Gamma$ ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما:  $x = 0$ ،  $x = \alpha$ .

(د) تحقّق أن:  $S = \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right) ua$ ؛ ثمّ عيّن حصرًا لـ  $S$ . ( $ua$  وحدة مساحة)

(III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تُمنّج الكلفة الهامشية  $C_m$  (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال  $[0; 7]$  بالدالة  $f$

المعرفة في الجزء (II)، أي من أجل  $x \in [0; 7]$  لدينا  $C_m(x) = f(x)$ .

نرمز بـ  $C_T(x)$  إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج  $x$  قطعة.

(1) عيّن عبارة الكلفة الإجمالية  $C_T(x)$  علماً أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي  $\frac{5}{2}$ .

(2) قدّر قيمة الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.