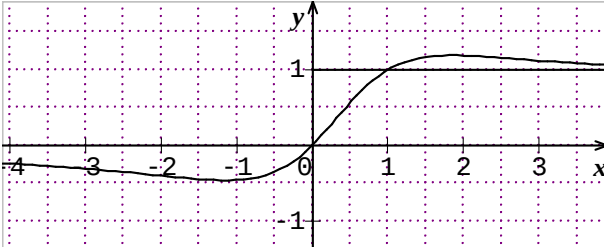


05

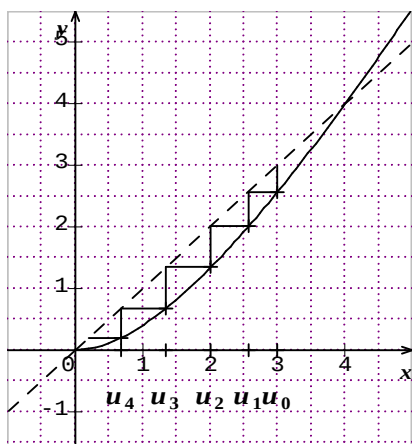
عدد الصفحات

الإجابة النموذجية

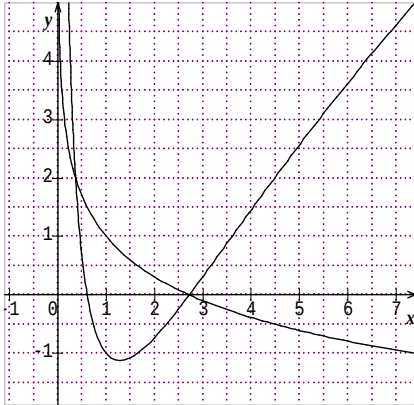
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0.5+0.25	(1) صحيح لأن الشعاعين $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطياً.....
	0,25×2	(2) خطأ لأن النقطة A لا تنتمي إلى (P)
	0,5+0,25	(3) صحيح لأن إحداثيات النقط A, D, C تحقق المعادلة.....
	0,75+0.25	(4) صحيح لأن إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overline{AC} = -\overline{U}$ و إحداثيات C تحقق الجملة، حيث $\overline{U} (2;3;-4)$
	0,5+0,25	(5) خطأ لأن المسافة بين D و (P) تساوي $\frac{2}{3}$
	0,5+0,25	(6) صحيح لأن $E \in (P)$ و $\overline{EC}$ نظمي للمستوي (P)
05	0.25 ×2	(7) خطأ لأن D ليست منتصف القطعة $[AC]$
	0,25×4	التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0,5×2	(1) $\Delta = 4i^2$ ، الحل هو $z_1 = 1+2i$ ، $z_2 = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3 = 1+\sqrt{3}-i$
	0,25×3	(2) أ) $ z_B - z_A = z_D - z_C = 2$ و $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B} = 2$ ومنه $AB = CD$ و $(BC) \parallel (AD)$
	0,75	ب) $\frac{z_B + z_D}{2} \neq \frac{z_A + z_C}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين.....
	0,5	(3) أ) تبيان أن: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}}$
	0,25	ب) $z_D - z_B = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}} (z_A - z_B)$ ومنه D صورة A بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$
04	0.5	ب) المثلث ADB قائم في B
	0.25	النقط A, B, C و D تنتمي إلى الدائرة (أ) التي قطرها $[AD]$ لأن: $\frac{ABD}{ACD} = \frac{\pi}{2}$
	0,5	نصف القطر $r = 2$ والمركز $\Omega(1;0)$
	0,25	ج) إنشاء $ABCD$: نعلم A و D هي نقطة تقاطع (أ) والمستقيم ذي المعادلة $y = 1$ و C هي تقاطع (أ) والمستقيم ذي المعادلة $y = -1$ ؛ فاصلة كل من B و C موجبة.....
	0,5	التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0,25	(1) أ) $PGCD(2013,1962) = 3$
	0,5	ب) $PGCD(2013,1962) = 3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولاً.....
	1	ج) (E) تكلف $671x = 6(109y + 3)$ ومنه $671x = 6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي $x \equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص).....
		د) $(x_0, y_0) = (78, 80)$ حلول
		المعادلة هي الثنائيات (x, y) حيث $x = 78 + 654k$ و $y = 80 + 671k$ ($k \in \mathbb{Z}$).....

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
06	0.5	(2 أ) d من قواسم 18 إذن $d \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
	0.75	(ب) $a = 1386 + 11772p$ و $b = 1422 + 12078p$ و $(p \in \mathbb{Z})$
		التمرين الرابع: (06 نقاط)
	2×0,25	(I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$
	0,5	$g'(x) = (1-x)e^x$ ، $g'(x) \geq 0$ لما $x \leq 1$ و $g'(x) < 0$ لما $x > 1$
	0,25	جدول التغيرات:
		(2) g مستمرة و متزايدة تماما على $]-\infty; 1]$ و $g(1) > 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ ومنه للمعادلة $g(x) = 0$
	0,75	حل وحيد $\sim$ في المجال $]-\infty; 1]$ ، بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد في المجال $[1; +\infty[$
	0,25	$g(-1,1) \approx 0,032$ ، $g(-1,2) \approx -0,036$ لأن: $-1,2 < \sim < -1,1$
	0,25	و $1,8 < \sim < 1,9$ لأن: $g(1,8) \approx 0,21$ ، $g(1,9) \approx -0,33$
	0,25	إشارة $g(x)$: $g(x) \geq 0$ لما $x \in [\sim; 1]$ و $g(x) < 0$ لما $x \in]-\infty; \sim[$
	0,75	(II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ مستقيمان مقاربلن معادلتهما $y = 0$ و $y = 1$
	0,25	(2) $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$
	0,25	f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; \sim[$ و $]\sim; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[\sim, 1]$
	0,25	جدول التغيرات:
	3×0,25	(3) $f(\sim) = \frac{1}{\sim - 1}$ و $-0,48 < f(\sim) < -0,45$ و $1,11 < f(1) < 1,25$
	0,5	(4) $f(1) = 1$ رسم (C_f) :
		
	0,25	(5 أ) $a(a) = \int_1^a (f(x) - 1)dx = [\ln(1 - xe^{-x})]_1^a$
	0,25	$= \ln(1 - ae^{-a}) - \ln(e - 1) + 1$
	0,25	(ب) $\lim_{a \rightarrow +\infty} (-ae^{-a}) = 0$ لأن $\lim_{a \rightarrow +\infty} a(a) = 1 - \ln(e - 1)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,5	(1) $1+i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
	0,25×2	(2) أ) لائحة القطة D' هي $2i$ إن القطة D صامدة بالتحويل S (D مركز S)
	0,5	ب) تبيان أن $z' - d = \sqrt{2} \times e^{i\frac{\pi}{4}} (z - d)$
	0,5	S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0,25	(3) أ) التحقق من أن القطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)
	0,75	النقط التي إحداثياتها صحيحة: $M(5k-3; -3k+4) \quad k \in \mathbb{Z}$
	0,25	ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M'_0(-5;1)$
	0,75	المستقيمان (BM'_0) و (BA) متعامدان ($\arg(\frac{z_{M'_0} - z_B}{z_A - z_B}) = \frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM'_0} = 0$)
	0,5	(4) المستقيمان (BM'_0) و (BA) متعامدان إذن : $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ -5 \leq x \leq 5 \\ -5 \leq y \leq 5 \end{cases}$
04.5	0,5	النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$
		التمرين الثاني: (04.5 نقاط)
	0,5	(1) $f'(x) = \frac{2x(x+8)}{(x+4)^2} \geq 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
	0,5	(أو باستعمال المنحنى المرفق)
	0,5	(2) أ) تمثيل الحدود:
	0,5	ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومقاربة نحو الصفر
	0,5	(3) أ) $0 \leq U_0 \leq 3$ محققة
	0,5	فرض $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه $f(0) \leq f(U_n) \leq f(3)$
	0,5	ومنه $0 \leq U_{n+1} \leq 3$ لأن: $f(0) = 0$ و $f(3) = \frac{18}{7} < 3$
	0,5	إذن لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq U_n \leq 3$
	0,5	ب): $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(U_n - 4)}{U_n + 4} < 0$ (لأن $0 \leq U_n \leq 3$)
	0,5	ومنه (U_n) متناقصة.
	0,5	ج) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة
	0,5	(4) أ) $7U_{n+1} - 6U_n = \frac{8U_n(U_n - 3)}{U_n + 4} \leq 0$ لأن $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه نستنتج أن :
	0,5	$0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7}U_n$



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
05	0,75	ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \leq U_n \leq 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$
	0,25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{7}\right)^n = 0$ لأن $0 < \frac{6}{7} \leq 1$ إذن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ حسب مبرهنة الحصر.....
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
	0,5	1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ حيث $t \in \dots\dots\dots$
	0,5	تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ حيث $t' \in \dots\dots\dots$
	0,75	2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين
	0,75	3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعا
	0,5	ناظميا $\vec{n} \perp (P)$ أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x + y + 2z - 3 = 0 \dots$
	0,5	4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d = 2$
	0,5	5) أ) $A'\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A ويعامد (P)
	0,25	تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ'') : $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + a \\ y = \frac{1}{3} + 2a \\ z = \frac{5}{3} - 2a \end{cases} ; a \in \dots\dots\dots$
	0,5	ب) $(\Delta') \cap (\Delta'') = \{B(1,3,-1)\}$
	0,25	6) أ) $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$
	0,25	ب) $f'(t) = 18t - 24$ ومنه $t_0 = \frac{4}{3}$ ، $f(t_0) = 4$
	0,25	ج) $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$

العلامة		عناصر الإجابة	
مجموع	مجزأة		
05.5	0.50	التمرين الرابع: (05.5 نقاط)	
		 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (أ 1	0,25×2
		 $f'(x) = \frac{-1+4\ln x}{x}$	0.5
		 إشارة $f'(x)$: $0 - e^{\frac{1}{4}} + \dots + \infty$	0.25
		 جدول التغيرات :	0.25
		 (ب) معادلة المماس (Δ) : $y = \frac{3}{e}x - 3$	0.5
		 $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و $x = e$ (ج)	0,25×2
		 رسم (C_f) :	0.50
			
		 (2) أ) تغيرات الدالة g	0,75
		 (ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x) - g(x) = 2(\ln x - 1)(\ln x + 1)$	0,25
		 الإشارة : $0 + e^{-1} - e + \dots + \infty$	0,25
		 (C_f) أعلى (C_g) في كل من $[0; \frac{1}{e}]$ و $[e; +\infty[$ و (C_f) أسفل (C_g) في $[\frac{1}{e}; e]$	0,25
		 رسم (C_g) :	0,25
		 (3) أ) $h'(x) = (\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$	0.25
		 (ب) $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx = 2 \int_{\frac{1}{e}}^e [(\ln x)^2 - 1] dx = 2[h(x) - x]_{\frac{1}{e}}^e = -\frac{8}{e}$	0.5