

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : رياضيات الشعبة : تقني رياضي

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاو ر الموضوع											
المجموع	مجزأة													
04		الموضوع الأول	الشكل الأسّي للعدد المركب الدوران											
	0,25×2	التمرين الأول: (04 نقاط)												
	0,5×2	1/ حلول المعادلة (E) : $z_1 = \sqrt{3} - i$ ، $z_2 = \sqrt{3} + i$												
	0,5	$z_1 = 2 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right]$ و $z_2 = 2 \left[\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right]$												
	0,25×3	(2) أ) $L = e^{i\frac{4\pi}{3}}$												
	0,75	ب) إثبات أن $z_A - z_B = L(z_C - z_B)$ ومنه A صورة C بالدوران الذي مركزه النقطة B ذات اللاحقة $\sqrt{3} + i$ وقيس زاويته $\frac{4\pi}{3}$												
06		التمرين الثاني: (06 نقاط)	دراسة الدالة اللوغاريتمية الدوال الأصلية											
	0,5×2	1/ من $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ نجد $a = 1$ ثم من $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ نجد $b = 2$												
	0,25 + 0,5	2/ أ) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$												
	0,25×2	ب) $g'(x) = \frac{-\ln 2x}{x^3}$ وإشارته												
	0,5 + 0,25	ج) g متزايدة تماما على $\left]0; \frac{1}{2}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$												
	0,25	جدول التغيرات:												
		<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$g'(x)$		+	-	$g(x)$	$-\infty$	1	0
x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
$g'(x)$		+	-											
$g(x)$	$-\infty$	1	0											
	0,5	د) إنشاء (C_g)												
	0,5	3/ أ) $h'(x) = -\frac{\ln 2x}{2x^2}$												
	0,5	ب) التحقق $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم $G(x) = -\frac{3+2\ln 2x}{4x}$												
	0,75 + 0,25													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاو الموضوع
مجموع	مجزأة		
05		التمرين الثالث: (05 نقاط)	اتجاه تغير متتالية
	0.5×2	1/ من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، $u_n > 1$	البرهان بالتراجع
	1	2/ $u_n = f(n)$ حيث: $f(x) = 1 + \frac{1}{x(x+2)}$ ، $f'(x) = -\frac{2x+2}{x^2(x+2)^2} < 0$ من	نهاية متتالية
	0.5×2	أجل $x > 0$ ومنه (u_n) متناقصة تماماً على $\mathbb{N}^*$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ ، (u_n) متناقصة تماماً ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة ،	
	0.25	3/ البرهان بالتراجع أن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.75	من أجل : $n=1$ ، $p_1 = u_1 = \frac{4}{3}$ نفرض $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$ ولدينا : $p_{n+1} = p_n \times u_{n+1} = \frac{2n+4}{n+3}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$	
	0.5×2	4/ $s_n = \ln p_n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \ln 2$	
05		التمرين الرابع: (05 نقاط)	التعداد الموافقة القواسم
	1	1/ صحيح لأن: $PGCD(21;14)=7$ و 7 لا يقسم 40	
	1	2/ خطأ لأن: $3421+1562=5313$	
	0.5×3	3/ خطأ لأن: $1+3+3^2+\dots+3^{2011} = \frac{3^{2012}-1}{2}$ و $3^{6k+a} \equiv 3^a [7]$	
	1	حيث $\alpha \in \{0,1,2,3,4,5\}$ و $2012 = 6 \times 335 + 2$ ومنه $\frac{3^{6k+2}-1}{2} \equiv 4 [7]$	هندسة فضائية
	0.5	4/ (أ) صحيح لأن: $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P) و $\vec{u}$ شعاع توجيه (d) متعامدان وعليه $(P) \parallel (d)$ و $A \notin (P)$ و $A \in (d)$ إذن $(P) \cap (d) = \emptyset$ (ب) خطأ لأن: معادلة (Q) هي : $2x + y - z = 0$ <u>ملاحظة:</u> في كل سؤال تمنح 0.25 للاختيار الصحيح والباقي للتبرير.	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع									
المجموع	مجزأة											
4.5	0,25×3	التمرين الأول: (04.5 نقطة) 1/ $\overline{AD}$ و $\overline{BD}$ غير متوازيين فالنقاط A, B, D تعين مستويا 2/ بما أن $\overline{CD} \cdot \overline{BD} = 0$ و $\overline{CD} \cdot \overline{AD} = 0$ فإن: (CD) يعامد (ABD) 3/ أ) (CD) عمودي على (AB) و (CI) عمودي على (AB) ومنه (AB) يعامد (CDI) ب) $\overline{AB}(1;-2;-1)$ ناظم للمستوي (CDI) و C نقطة منه فإن المعادلة الديكارتيّة هي: $x-2y-z+10=0$ ، التمثيل الوسيط لـ (AB) $\lambda \in \mathbb{R} \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=-2\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases}$ ج) $I\left(\frac{1}{6}; \frac{11}{3}; \frac{17}{6}\right)$ 4/ $AB = \sqrt{6}$ ، $CD = \sqrt{59}$ ، $DI = \frac{\sqrt{354}}{6}$	تطبيقات الجداء السلمي التمثيل الوسيط لمستقيم الحجم									
	1											
	0.5											
	0,5×2											
	0,5											
	0.25×3											
04	0.5×2	التمرين الثاني: (04 نقاط) 1/ أ) $L = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ب) لدينا $L^2 = -1$ ومنه $L^2 + 1 = 0$ و $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5 + 3i)^{12} = 0$ ج) $L^{4n} + L^{4p} = (-1)^n + (-1)^p = 0$ 2/ أ) $z_A = -1 - 9i$ ب) $z_G = 3 - 3i$	الشكل المثلثي ، موافق ، التشابه									
	0.5×2											
	0.75											
	0.75											
	0.5											
7.5	0.25×2	التمرين الثالث: (07.5 نقطة) أ- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ - المشتق وإشارته : $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} > 0$ - جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>-1</td><td>3</td></tr></table> 2) - المستقيمان المقاربان معادلتهما : $y = 3$ ، $y = -1$	x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$	-1	3	
	x		$-\infty$	$+\infty$								
	$f'(x)$			+								
	$f(x)$		-1	3								
	0.25×2											
0.25												
0.25×2												
0.25×2												

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع												
المجموع	مجزأة														
	0.5	$\xrightarrow{\quad + \quad 0 \quad - \quad} \quad (3) \quad f''(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3} \text{ ، إشارته :}$	الدوال العددية والمتتاليات												
	0.25	نقطة الانعطاف $\omega(0,1)$													
	0.25	معادلة المماس: $y = x + 1$													
	0.25×2	(4) أ- تغيرات g : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$													
	0.25	المشتق : $g'(x) = -\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ وهو سالب													
	0.25	جدول التغيرات													
	0.25	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	$+\infty$	$g'(x)$		$-$	$-$	$g(x)$	$+\infty$		$-\infty$
x	$-\infty$	0		$+\infty$											
$g'(x)$		$-$		$-$											
$g(x)$	$+\infty$			$-\infty$											
	0.25	ب- g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,7;2,8]$ ، $g(2,7) = 0,048$													
	0.25×2	$g(2,8) = -0,029$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $2,7 < \alpha < 2,8$													
	0.25	(5) أ- $f(x) = 0$ تكافئ $x = -\ln 3$													
	0.75	ب- رسم C_f و المنصف الأول والمماس.													
	0.5	ب1- تمثيل U_2, U_1, U_0													
		ب2- إثبات أن $1 \leq U_n < \alpha$													
	0.75	$1 \leq U_0 < \alpha$ لأن $U_0 = 1$ و $2,7 < \alpha < 2,8$													
		نفرض $1 \leq U_n < \alpha$ و f متزايدة تماما ومنه $f(1) \leq f(U_n) < f(\alpha)$													
		ومنه $1 \leq U_{n+1} < \alpha$ و $f(1) > 1$ ومنه $1 \leq U_n < \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n													
	0.25	ب3- المتتالية (U_n) متزايدة تماما : $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = g(u_n) > 0$													
		لأن $1 \leq U_n < \alpha$													
	0.25×2	ب4- (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$													
04		التمرين الرابع: (04 نقاط)	الموافقات في $\mathbb{Z}$												
	0.25	(1) $4 \equiv -3[7]$													
	0.5	$A_3 \equiv 2^3 + 3^3 + (-3)^3 + (-2)^3 + (-1)^3 [7]$ أي $A_3 \equiv -1[7]$ ومنه $A_3 \equiv 6[7]$													
	0.75	(2) $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k} \equiv 1[7]$													
	0.75	$3^{6k+5} \equiv 5[7]$ ، $3^{6k+4} \equiv 4[7]$ ، $3^{6k+3} \equiv 6[7]$ ، $3^{6k+2} \equiv 2[7]$ ، $3^{6k+1} \equiv 3[7]$ ، $3^{6k} \equiv 1[7]$													
	0.75	(3) $A_n \equiv 2^n + 3^n + (-3)^n + (-2)^n + (-1)^n [7]$ ، إذا كان n فرديا فإن : $A_n \equiv -1[7]$													
	0.25	ومنه $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7 ، $A_{2011} \equiv 6[7]$ الباقي هو 6													
	0.75	(4) $A_{1432} \equiv 2 \times 2^{3 \times 477 + 1} + 2 \times 3^{6 \times 238 + 4} + 1[7]$ ومنه $A_{1432} \equiv 6[7]$													