

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2011

المادة : الرياضيات الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	معايير الموضوع
المجموع	مجزأة		
04.5	0.5×3	التمرين الأول : (04.5 نقطة) (1) $z_C = \sqrt{6}e^{\frac{i\pi}{4}}, z_B = \sqrt{2}e^{\frac{13\pi}{4}}, z_A = \sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$ (2) $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ و $\left \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right = 1$ $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ -أ- التفسير الهندسي : $AB = AC$ و $(\overline{AC}; \overline{AB}) = \frac{\pi}{3}$ ب) ABC مثلث متقايس الأضلاع (3) $z_D = -\sqrt{3} - \sqrt{3}i$ (4) -أ- T تشابه مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ -ب- $T \circ T$ تشابه مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\frac{3\pi}{2}$	أعداد مركبة وتطبيقاتها الهندسية التشابه
	0.25×3		
	0.25×2		
	0.25		
	0.25		
	0.25×3		
04.5	0.5	التمرين الثاني (04.5 نقطة) (1) -أ- $\overline{AB}$ لا يوازي $\overline{AC}$ ومنه النقط A, B و C تعين مستويا..... -ب- $\overline{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\overline{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه $\overline{n}$ شعاع ناظمي لـ (ABC) $3x + 4y - 2z + 1 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)..... (2) -أ- $\overline{n}$ شعاع ناظمي لـ (P_1) و $\overline{n}'(2; -2; -1)$ شعاع ناظمي لـ (P_2) و $\overline{n} \cdot \overline{n}' = 0$ ومنه (P_1) و (P_2) متعامدان. -ب- $\begin{cases} x = \frac{4}{7}t + \frac{1}{7} \\ y = \frac{1}{14}t - \frac{5}{14} \\ z = t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ وكذلك $\begin{cases} x = 8t \\ y = t - \frac{3}{8} \\ z = 14t - \frac{1}{4} \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) -ج- التحقق $O \notin (\Delta)$..... -د- $d(O; (P_2)) = \frac{1}{3}, d(O; (P_1)) = \frac{\sqrt{29}}{29}$..... $d(O; (\Delta)) = \sqrt{\frac{38}{261}}$	المستقيمات والمستويات في الفضاء تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء
	0.75		
	0.25×2		
	0.5		
	0.25×2		
	0.25×3		
04.5	0.25×2		
	0.25×2		
	0.25×2		

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	محاو الموضوع
المجموع	مجزأة		
4	0.25×3+0.5	التمرين الثالث: (04 نقاط) $U_0 = 3$ ، $U_5 = 18$ و $U_3 = 12$ ، $d = 6$ (1)	المتتاليات الحسابية
	0.75	$U_n = 3 + 3n$ و $2010 = 3 + 3 \times 669$ ورتبته 670 (2)	
	0.5	$u_N = 2010 = u_{669}$ ومنه $10080 = \frac{5}{2}(u_N + u_{N+4})$ (3)	
	0.5	$S = 3(n+1)(2n+1)$ (أ) (4)	
	0.5×2	$S_2 = 3n(n+1)$ و $S_1 = 3(n+1)^2$ (ب)	
07	0.25	التمرين الرابع: (07 نقاط) $f'(x) = (3x+7)e^x$ (أ) (1)	دراسة دالة أسية البرهان بالتراجع معادلة المماس حساب المساحات
	0.25	 $f''(x) = (3x+10)e^x$	
	0.75	البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معوم فإن:	
	0.25	 $f^{(n)}(x) = (3x+3n+4)e^x$	
	0.25	 $(c_1; c_2) \in \mathbb{R}^2$ حيث $y = (3x+10)e^x + c_1x + c_2$ (ب)	
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x + 4 \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ - (2)	
	0.25	 $y = 0$ معادلة المستقيم المقارب لـ (C_f) عند $-\infty$	
	0.25×3	ب- إشارة f' ، f متزايدة تماما على $\left[-\frac{7}{3}; +\infty\right]$ ومتناقصة تماما على $\left]-\infty; -\frac{7}{3}\right]$	
	0.5	 جدول التغيرات	
	0.5	 (أ) معادلة (Δ) : $y = -(3x+16)e^{-\frac{10}{3}}$	
	0.25×2	 ب (إشارة $f''(x)$ ، f'' نقطة انعطاف $\omega\left(-\frac{10}{3}; f\left(-\frac{10}{3}\right)\right)$	
	0.75	 (ج) رسم (C_f) و (Δ)	
	0.75	 (4) - (أ) $\int_{-1}^x te^t dt = (x-1)e^x + \frac{2}{e}$	
	0.5	 $F(x) = (3x+1)e^x + c$: f دالة أصلية لـ F	
	0.5	 ب- $A(\lambda) = -\int_{\lambda}^{-\frac{4}{3}} f(x) dx = (3\lambda+1)e^{\lambda} + 3e^{-\frac{4}{3}}(ua)$	
	0.25	 $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda) = 3e^{-\frac{4}{3}} (ua)$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)		محاو ر أ م و ض و ع							
مجزأة	المجموع										
04		التمرين الأول: (04 نقاط)									
	0.75	 $(x, y) = (7k + 1, 13k + 2)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ (1)									
	0.75	 $k \in \mathbb{Z}$ ، $a = 91k + 13$ (2)									
	0.75	 (3) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 7									
		<table><tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k + 1$</td><td>$3k + 2$</td></tr><tr><td>باقي القسمة</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr></table>	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	باقي القسمة	1	2	4	
	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$							
	باقي القسمة	1	2	4							
	0.75	 بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13		الموافقات نظام التعداد القسمة الإقليدية							
		<table><tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k + 1$</td><td>$3k + 2$</td></tr><tr><td>باقي القسمة</td><td>1</td><td>9</td><td>3</td></tr></table>	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	باقي القسمة	1	9	3	
	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$							
باقي القسمة	1	9	3								
0.25	 $b = 6 + 8 \times 9 + \beta \times 9^3 + \alpha \times 9^6$ مع $0 \leq \beta < 9$ و $0 < \alpha < 9$ (4)										
0.25	 $b \equiv 0[7]$ تكافئ $\alpha + \beta \equiv -1[7]$										
0.25	 $b \equiv 0[13]$ تكافئ $\alpha + \beta \equiv 0[13]$										
0.25	 ومنه $\alpha + \beta = 13$ وعليه : $(\alpha, \beta) \in \{(5, 8), (8, 5), (6, 7), (7, 6)\}$										
05		التمرين الثاني: (05 نقاط)									
	0.5×2	 $\lambda \in \mathbb{R} \begin{cases} x = \frac{1}{2}\lambda \\ y = \lambda \\ z = 3 - 3\lambda \end{cases} : (\Delta) , t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = \frac{3}{2}t \end{cases} : (D) (1)$									
	0.5	 $G(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1)$ متقاطعان في النقطة (Δ) و (D)		التمثيل الوسيطي							
	0.5	 $\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$ (2)		لمستقيم							
	0.25	 G مركز ثقل المثلث ABC		معادلة مستو							
	0.5	 $\vec{n} \{6; 3; 2\}$ أو $\vec{n} \left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ (3)		مركز ثقل مثلث							
	0.5	 معادلة للمستوى (ABC) $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$		بعد نقطة عن مستقيم							
	0.5	 (4) المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) تساوي $\frac{6}{7}$									
	0.75	 (5) $H(\frac{5}{17}; \frac{12}{17}; \frac{18}{17})$ أ-									
	0.5	 ب- المسافة بين B و (D) تساوي $BH = \frac{\sqrt{833}}{17} = \frac{7}{\sqrt{17}}$									

142



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)	الأعداد المركبة المتتاليات
	0.5	1/ أ) خطأ، لأن $a = \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ $a = \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$	
	1	ب) صحيح لأن: $a^{2011} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\bar{a} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$	
	0.5	2/ أ- خطأ لأن زاويته هي $\frac{3\pi}{4}$	
	0.5	ب- خطأ لأنه مجموعة النقط M هي نصف مستقيم مفتوح مبدؤه: A	
	0.5	3/ أ) صحيح لأن: $\frac{3}{4} \left[-\frac{7}{12} \left(\frac{3}{4} \right)^n + \frac{2}{3} \right] + \frac{1}{6} = -\frac{7}{12} \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} + \frac{2}{3}$	
	0.5	ب) خطأ لأن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n > 0$	
07	0.5	ج) خطأ لأن: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{2}{3}$	دالة لوغاريتمية دوال أصلية وحساب المساحات الوضع النسبي
		التمرين الرابع: (07 نقاط)	
	0.25×2	1- أ- $g'(x) = 2x + \frac{2}{x} > 0$ ، g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$	
	0.25×3	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$ جدول التغيرات	
	0.25	ب- $g(1) = 0$	
	0.5	إشارة $g(x)$: $g(x) > 0$ من أجل $x > 1$ و $g(x) < 0$ من أجل $0 < x < 1$	
	0.25	2- أ- f قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ لأنها جداء دالتين قابلتين للاشتقاق	
	0.5	 $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$	
	0.25	f متزايدة تماماً على $]1; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]0; 1[$	
	0.25×3	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ جدول التغيرات	
		ب- $f(x) - \ln x = \frac{-\ln x}{x^2}$ ومنه (C_f) فوق (δ) من أجل $0 < x < 1$ و (C_f)	
	0.25×2	تحت (δ) من أجل $x > 1$	
	0.25	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln x = 0$	
	0.25	نستنتج أن (δ) منحنى مقارب إلى (C_f) في جوار $+\infty$	
	0.75	رسم (C_f) و (δ)	
	0.5	3- أ- $\int_1^x \frac{1}{t^2} \ln t dt = -\frac{1}{x} (1 + \ln x) + 1$	
	0.25	 $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية لـ $x \mapsto \ln x$ على $]1; +\infty[$	
	0.25	 $F(x) = \frac{(x^2 + 1) \ln x - x^2 + 1}{x}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$	
	0.25	ب- $A(\alpha) = \int_1^\alpha (\ln x - f(x)) dx = 1 - \frac{1 + \ln \alpha}{\alpha} (u_\alpha)$	
	0.25	 $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha) = 1 (u_\alpha)$	