

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1/ حلّ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$.

(i هو العدد المركب الذي طوله 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

2/ علّم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النّقط A, C, D و I ذات اللاحقات: $z_A = 3-2i$ ، $z_C = -3+i$ ، $z_D = -3-i$ و $z_I = 1$ على الترتيب.

3/ z عدد مركب يحقق الجملة: $\begin{cases} \arg(z-3+2i) = \arg(z-1) + \frac{\pi}{2} \\ |z-3+2i| = |z-1| \end{cases}$

أ- بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z-3+2i}{z-1} = i$ ثم عين قيمة z .

ب- B النقطة التي لاحقها $z_B = 3$ ، تحقق أن: $\overline{AB} = \overline{DC}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

ج- لتكن J النقطة التي لاحقها $z_J = 1-2i$ ، حيث: $z_I = 1-2i$.

اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب Z حيث: $Z = \frac{z_A - z_I}{z_B - z_J}$.

تحقق أن: $\overline{AB} = \overline{JI}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABIJ$ ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النّقطتين $A(3; -1; 2)$ و $B(1; 2; 1)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x - 2y + 3z - 7 = 0$.

1/ عين إحداثيات النقطة G مرجح النّقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/ عين طبيعة وعناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\vec{MA} + \vec{MB}\| = 4$.

3/ أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة G ويعامد المستوي (P) .

ب- عين إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

ج- احسب المسافة بين G والمستوي (P) .

4/ نعرّف المستوي (P') بتمثيله الوسيط: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t+2\lambda \\ z = 2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عدنان حقيقيان

أثبت أن (P) و (P') متقاطعان واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

$$f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)} \quad \text{بالعبارة: } \mathbb{R}^*$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بين أن f متزايدة تماماً على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$.

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9 < x_0 < 0,91$

$$\text{و } -1,66 < x_1 < -1,65$$

ج - احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معنوم $f(x) + f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسياً.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بياناً حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

5. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين الرابع: (03 نقاط)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي:

$$n = \overline{11\alpha 00} \quad \text{حيث } \alpha \text{ عدد طبيعي.}$$

1- عين α حتى يكون n قابلاً للقسمة على 3.

2- عين العدد α حتى يكون n قابلاً للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلاً للقسمة على 15.

3- نأخذ $\alpha = 4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) أ - اكتب على الشكل الأسّي العدد المركّب a حيث: $a = -2 + 2i\sqrt{3}$
(i هو العدد المركّب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)
- ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2 = -2 + 2i\sqrt{3}$
- (2) ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- A و B و C النقط التي لاحتقاتها $Z_A = -2$ و $Z_B = -1 - \sqrt{3}i$ و $Z_C = 1 + \sqrt{3}i$ على الترتيب.
- أ- احسب طولية العدد المركّب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ وعمدة له.
- ب- استنتج طبيعة المثلث ABC.
- (3) لنكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{3}$.
- أ- تحقق أن B تنتمي إلى (E).
- ب- عين المجموعة (E).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- 1- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13.
- 2- تحقق أن: $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0[13]$.
- 3- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0[13]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين:
- $B(0; 4; -1)$ ، $A(3; -2; 2)$
- (1) اكتب معادلة المستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1; 0; -1)$ شعاع ناظمي له.
- (2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (p_1) .
- أ- بين أن $\vec{v}(1; 1; 1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2) .
- ب- اكتب معادلة لـ (p_2) .
- (3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6; 1; 5)$ و D معرفة بـ: $\overline{CD}(0; -3; -6)$.
- أ- بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.
- ب- بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD).
- ج- احسب حجم رباعي الوجوه ACDB.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

ج- ادرس تغيرات الدالة f .

(2) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

(3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$

أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- انطلاقاً من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.