

(دورة جوان 2006)

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

المدة : 04 ساعات

لشعبة : علوم دقيقة

اختيار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P_K(X)$ حيث :

$$P_K(X) = (X^3 - 3X^2 + 4X - 2) + t(X^2 + 2X - 1) \quad \text{و } \frac{\pi}{2} \text{ عدة له.}$$

1 () احسب $P_K(t)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد مركب X :

$$P_K(X) = (X^3 - 3X^2 + 4X - 2) + t(X^2 + 2X - 1) \quad \text{حيث : } \alpha, \beta \text{ عدنان مركبان يطلب تعيينهما.}$$

2 () حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P_K(X) = 0$ (1)

3 () نسمي X_0, X_1, X_2 حلول المعادلة (1) حيث X_0 الحل التخييلي البحت، X_1 الحل الذي جزؤه الحقيقي سالب. عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ التي يكون من أجلها $X_0 + X_1 + X_2$ حقيقيا.

4 () ننسب المستوي (π) إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(M, \vec{u}, \vec{v})$ ، ونعتبر النقطة A, B, C, D التي لاحقاتها على الترتيب X_0, X_1, X_2, X_3 ، ونسمي π التطبيق من (π) إلى $\{A\}$ نحو (π)

الذي يرفق بالنقطة N ذات اللاحقة X بالنقطة N ذات اللاحقة X حيث $X = t(X^2 + 2X - 1)$.

• بين أنه من أجل كل عدد مركب X يختلف عن t وعن 2 تكون :

$$\text{عدة } (X) = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \pi \right] \text{ و } \frac{\pi}{2} + \pi, \frac{\pi}{2} + 2\pi, \dots$$

• عيّن مجموعة النقاط N من المستوي بحيث تكون عدة $(X) = \frac{\pi}{2} + \pi, \frac{\pi}{2} + 2\pi, \dots$.

• عيّن و أنشئ مجموعة النقاط N بحيث يكون X حقيقيا.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

المتتالية العددية (U_n) معرفة بحدّها الأول U_0 وبالعلاقة التراجع الآتية :

$$U_{n+1} = \frac{2+U_n}{8+U_n} \quad \text{من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن :}$$

1 () عيّن قيم U_0 التي من أجلها تكون المتتالية (U_n) ثابتة.

2 () نفرض : $U_0 = 0$.

أ () احسب U_1, U_2 ثم أثبت أنه : $\forall n \geq 0 : U_n \geq 1$.

ب () أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

3 () لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي : $\forall n \geq 1 : U_n = \frac{2+U_{n-1}}{8+U_{n-1}}$.

أ () أثبت أن المتتالية (U_n) هندسية، يطلب حساب حدّها الأول وأساسها.

ب () عبّر عن U_n بدلالة n ثم احسب نهاية U_n لـ $n \rightarrow +\infty$.

ج () احسب كلا من $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ إذا علمت أن :

$$U_0 = 0, U_1 = 1, U_2 = 2, \dots, U_n = n$$

المسألة : (12 نقطة)

ط عدد حقيقي غير معدوم، تـ الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

$$\text{تـ} (س) = 2س + 3 - (س + 1) \text{ هـ} \text{ ط س}$$

(د) نمثلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، و ، ي) .

(1) نضع ط = 1

(1) احسب تـ₁ (س) ، تـ₁ (س) ثم ادرس تغيرات الدالة تـ₁ .

(2) احسب تـ₁ (0) واستنتج إشارة تـ₁ (س) .

(3) ادرس تغيرات الدالة تـ₁ .

(4) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (ي₁) ، ثم ادرس وضعية المنحني (ي₁) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ) .

(5) أ- بين أن المعادلة تـ₁ (س) = 0 تقبل حلين α ، β حيث :

$$0,92 > \alpha > 0,93 \quad \text{و} \quad 1,56 > \beta > 1,55$$

ثم أنشئ (Δ) و (ي₁) .

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب بدلالة α المساحة م (α) للحيّز المستوي المحدود بالمنحني (ي₁)

وبالمستقيمات التي معادلاتها :

$$س = 0 \quad ; \quad س = \alpha \quad ; \quad ع = 2س + 3$$

حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال (5) أ .

ج- بين أن م (α) = $\frac{\alpha^3 + \alpha^2}{1 + \alpha}$ ثم جد حصرًا للعدد م (α) .

II - (1) بين أن جميع المنحنيات (ي_د) تشمل نقطتين ثابتتين أ و ب يطلب تعيين إحداثي كل منهما .

(2) أوجد معادلة المماس للمنحني (ي_د) عند النقطة التي إحداثياتها (2 ، 0) .

(3) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته ع = 2س + 3 مستقيم مقارب مائل لجميع المنحنيات (ي_د) ،

ثم ادرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى (ي_د) .

(4) ن عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2، تـ_ن المشتق من الرتبة ن للدالة تـ_ن .

برهن بالتراجع أن : $\forall n \geq 2 \quad \text{تـ}_n = 1 - \{1\} \text{ تـ}_{ن-1} = (\text{س})$.

III (1) عدد حقيقي، ن تحويل نقطي من المستوى في نفسه يرفق بكل نقطة ن (س، ع) بالنقطة ن (س، ع) حيث :

$$\left. \begin{aligned} \text{س} &= \text{س} + \frac{\lambda}{2} \\ \text{ع} &= \text{ع} + \left(2 - \frac{\lambda}{2}\right)س + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)ع \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ع} = \left(2 - \frac{\lambda}{2}\right)س + \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)ع$$

ليكن ن ش_λ الانسحاب الذي شعاعه ش_λ = $\frac{\lambda}{2}$ و

(1) بين أن ل_λ = ن ش_λ ∘ λ_φ حيث φ تحويل يُطلب تعريفه تحليلها .

(2) أ- ما هي قيم λ التي يكون من أجلها φ غير تقابلي ؟

ب- بين أنه لما λ = 2 فإن φ إسقاط يطلب تحديد عناصره الهندسية .

ج- ما هي طبيعة φ₄ ؟

(3) نفرض أن λ = 2 و λ = 4 .

بين أن φ_λ تكلف يُطلب تحديد عناصره الهندسية .

(4) جد صورة المنحني (ي₁) وفق التحويل φ_λ .