

(دورة جوان 2006)

امتحان بكالوريا التحكيم الثانوي

المدة : 03 ساعات

الشعبة : علوم الطبيعة و الحياة

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

- من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر العدد α_n حيث : $\alpha_n = 2^{n+1} + 1$.
- (1) تحقق أن : $\alpha_{n+1} = 2 - \alpha_n$ و استنتج أن العددين α_n ، α_{n+1} أوليان فيما بينهما .
- (2) نعتبر العدد β_n حيث : $\beta_n = 2 - \alpha_n$.
- ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين α_n ، β_n ؟
- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 3 .
- (3) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تجعل $\beta_n \equiv 0 \pmod{3}$.
- استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تجعل α_n و β_n أوليين فيما بينهما .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة M المعادلة ذات المجهول z :
- $$z^2 - (2 + z) + 3 + z = 0$$
- (z العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ صمدته له)
- نرمز لحلي هذه المعادلة بـ : z_0 ، z_1 حيث $|z_0| < |z_1|$.
- (2) ننسب المستوى إلى معلم متعامد و متجانس ، نعتبر A ، B ، C نقط للمستوي التي لواحقتها على الترتيب 1 ، z_0 ، z_1 .
- أوجد إحداثي النقطة H مركز ثقل المثلث ABC .
- (3) ل التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة N النقطة N' حيث :
- $$N' = N + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN}$$
- بين أن $H' = 2H$.
- استنتج طبيعة التحويل L و عناصره المميزة .
- اكتب العبارة التحليلية للتحويل L .
- (4) A' ، B' ، C' صور النقط A ، B ، C على الترتيب بالتحويل L ، بين أن النقط A' ، B' ، C' على استقامة واحدة .

المبينة : (12 نقطة)

- I) عا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س حيث : عا(س) = (3 - 2 س) هـ 2 + س .
حيث هـ أساس اللوغاريتم النيبيري .

- 1) أدرس تغيرات الدالة عا .
- 2) بين أن المعادلة : عا(س) = 0 تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha \in [1.68, 1.69]$.
- 3) استنتج إشارة عا(س) .
- 4) باستعمال المعادلة بالتجزئة أوجد دالة أصلية للدالة : س $\mapsto$ (3 - 2 س) هـ 2 على المجموعة ح .
- 5) λ عدد حقيقي أكبر تماماً من 1 ، أوجد λ بحيث يكون : $\int_0^{\lambda} \text{عا}(س) \text{تفا س} = 1 - \lambda$.

- II) تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س حيث : تا(س) = $\frac{\text{هـ}^4 + س - 1}{\text{هـ} + 1}$.
(δ) المنحنى الممثل للدالة تا في المستوى المنسوب إلى المعظم المتعامد و المتجانس (م ، و ، ي)
حيث وحدة الطول 2 سم .

- 1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي س : تا(س) = $\frac{2 \text{عا}(س)}{(1 + \text{هـ})^2}$.
- 2) بين أن تا (α) = 4 - α ، ثم أعط حصراً للعدد تا (α) .
- 3) أدرس تغيرات الدالة تا .
- 4) أثبت أن (δ) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مقل نرمل له بالرمز (Δ) .
- أدرس وضعية (δ) بالنسبة إلى (Δ) .
- 5) أكتب معادلة المماس (ق) للمنحنى (δ) في النقطة التي فاصلتها س = 0 .
- أرسم (ق) ثم (δ) .
- 6) نسمي حا إقتصار الدالة تا على المجال [- ∞ ، α] ، بين أن الدالة حا تقبل دالة عكسية حا⁻¹ .
يطلب جدول تغيراتها .
- أحسب (حا⁻¹) (1) العدد المشتق للدالة حا⁻¹ عند س = 1 .
- أرسم للمنحنى البياني (Γ) الممثل للدالة حا⁻¹ في المستوى السابق .
- 7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي ط عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي س :
ط هـ 2 - 4 س + ط = 0 .