

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة جوان 2000

المدة : 3 ساعات

الشعب : تكنولوجيا : فرع : هندسة ميكانيكية + هندسة كهربائية - هندسة مدنية .

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقاط) :

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{M}$ كثير الحدود $K (ص)$ للمتغير $ص$ بحيث :

$$K (ص) = ص^3 - 6ص^2 - (12 + 2ص) - 8 + 4ص$$

حيث $ت$ العدد المركب الذي طويلته 1 و عمده $\frac{\pi}{2}$.

1 - بين أنه يمكن كتابة $K (ص)$ على الشكل : $K (ص) = (ص - ص_0) ق (ص)$.

حيث $ص_0$ عدد تخيلي صرف و $ق (ص)$ كثير حدود يطلب تعيينهما .

2 - حل في المجموعة $\mathbb{M}$ المعادلة : $K (ص) = 0$ حيث المجهول هو $ص$.

ليكن $ص_0$ الحل التخيلي الصرف و $ص_1, ص_2$ الحلين الآخرين حيث $|ص_1| < |ص_2|$

3 - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(م, و, ي)$ لتكن $أ, ب, ج$ النقاط

التي لا حقاتها $ص_0, ص_1, ص_2$ على الترتيب .

أ - بين أن النقاط $أ, ب, ج$ على استقامة واحدة .

ب - جد إحداثيي النقطة $هـ$ حتى تكون النقطة $ج$ هي مركز المسافات المتناسبة للنقط :

$أ, ب, هـ$ المرفقة بالعاملات : 1 - , 2 - , 2 - على الترتيب .

التمرين الثاني : (4 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(م, و, ي)$ ليكن $ل$ التحويل النقطي الذي

يرفق بكل نقطة $ن$ ذات الإحداثيين $(س, ع)$ النقطة $ن'$ ذات الإحداثيين $(س', ع')$

$$\left. \begin{aligned} س' &= 2\sqrt{1 + ع + س} \\ ع' &= 2\sqrt{1 - س - ع} \end{aligned} \right\} \text{ حيث :}$$

1 - بين أن التحويل $ل$ هو تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة

(يمكن استعمال الأعداد المركبة)

2 - عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل $ك$ المعروف كما يلي : $ك = ل \circ ل$.

3 - ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته : $س + ع + 1 = 0$ جد معادلة الصورة (Δ') للمستقيم (Δ)

بالتحويل $ل$. ثم جد معادلة لصورة المستقيم الذي معادلته : $س = 0$ بواسطة التحويل $ك$.

مسألة : (12 نقطة) :

تكن α الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$\alpha(x) = x^2 + 1 + \sqrt{x}$$

حيث $\sqrt{x}$ أساس اللوغاريتم النيبيري . وليكن (γ) المنحني الممثل للدالة α في مستو منسوب

في معلم متعامد ومتجانس $(M, O, \vec{u}, \vec{v})$.

- اكتب $\alpha(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

- ادرس قابلية الاشتقاق للدالة α عند $x = 0$.

- ادرس تغيرات الدالة α . وبين أن المنحني (γ) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب إيجاد معادلته .

- بين أن المنحني (γ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_0 حيث :

$$-\frac{5}{4} < x_0 < -1 \text{ . هل المنحني } (\gamma) \text{ يقبل نقطة انعطاف ؟}$$

بين أن المنحني (γ) يقبل مماساً ميله $-\frac{1}{2}$. جد معادلة هذا المماس

رسم هذا المماس ثم ارسم المنحني (γ) .

4 - بين أن اقتصار الدالة α على المجال $]-\infty, 0]$ يقبل دالة عكسية α^{-1} . يطلب إعطاء جدول

تغيرات α^{-1} دون إيجاد عبارتها . ثم ارسم المنحني الممثل للدالة α^{-1} في المعلم $(M, O, \vec{u}, \vec{v})$

5 - لتكن λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (γ) والمستقيم (Δ) وبالمستقيمين اللذين

$$\text{عادلتهما: } x = 0 \text{ و } x = \lambda \text{ (} 0 < \lambda \text{)}$$

جد λ ثم احسب نهايتها $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \lambda$

$$\text{يعطى } \sqrt{2} = 1,414... \text{ و } \sqrt{3} = 1,732... \text{ و } \sqrt{5} = 2,236... \text{ و } \sqrt{10} = 3,162...$$