

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
سنة 1999 جوان

المدة : 4 ساعات

شعبة : العلوم الدقيقة

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (04 نقاط)

أب جد مربع في المستوي طول ضلعه ط ومركزه النقطة هـ حيث $\left[\frac{\pi}{2} \right] \equiv \left(\overrightarrow{أه}, \overrightarrow{أب} \right)$

1 - عين العدد الحقيقي α بحيث تكون النقطة أ مركز المسافات المتناسبة للنقط هـ ، ب ، ج ، د المرفقة بالمعاملات: $\alpha, 2, 1, 2$ على الترتيب.

2 - نرفق بكل نقطة ن من المستوي العدد الحقيقي τ_n حيث:

$$\tau_n = 2 - 2\tau_{2n-2} + 2\tau_{2n-1} - 2\tau_{2n} + 2\tau_{2n+1}$$

أدرس حسب قيم العدد الحقيقي ك مجموعة النقط ن من المستوي التي تحقق: $\tau_n = 2$

3 - ليكن Γ التناظر المركزي الذي مركزه النقطة ب ، و الدوران الذي مركزه ج وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ،
في الإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{أج}$.

- عين طبيعة وعناصر التحويل $\Gamma \circ \sigma$

- عين طبيعة وعناصر التحويل $\sigma \circ \Gamma$

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة م المعادلة ذات المجهول ص:

$$\text{ص}^3 - (5 + 4\text{ص}) + (-1 + 19\text{ص}) + \text{ص} + 12 - 12\text{ص} = 0 \quad (1)$$

(حيث τ هو العدد المركب الذي طويلته 1 وعمدته $\frac{\pi}{2}$ بترويد $\pi/2$)

1 - بين أن المعادلة (1) تقبل حلا حقيقيا يطلب تعيينه.

2 - حل المعادلة (1).

3 - لتكن $\text{ص}_0, \text{ص}_1, \text{ص}_2$ حلول المعادلة (1) حيث $|\text{ص}_0| > |\text{ص}_1| > |\text{ص}_2|$.

عين مجموعة قيم العدد الطبيعي ن بحيث يكون: $|\text{ص}_0|^n + |\text{ص}_1|^n + |\text{ص}_2|^n$ يقبل القسمة على 7.

4 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ي) ، ن ، أ ، ب ، ج نقط المستوي التي لواحقها على الترتيب: $\text{ص}_0, \text{ص}_1, \text{ص}_2, \text{ص}_3, \text{ص}_4, \text{ص}_5, \text{ص}_6, \text{ص}_7, \text{ص}_8, \text{ص}_9, \text{ص}_{10}, \text{ص}_{11}, \text{ص}_{12}, \text{ص}_{13}, \text{ص}_{14}, \text{ص}_{15}, \text{ص}_{16}, \text{ص}_{17}, \text{ص}_{18}, \text{ص}_{19}, \text{ص}_{20}, \text{ص}_{21}, \text{ص}_{22}, \text{ص}_{23}, \text{ص}_{24}, \text{ص}_{25}, \text{ص}_{26}, \text{ص}_{27}, \text{ص}_{28}, \text{ص}_{29}, \text{ص}_{30}, \text{ص}_{31}, \text{ص}_{32}, \text{ص}_{33}, \text{ص}_{34}, \text{ص}_{35}, \text{ص}_{36}, \text{ص}_{37}, \text{ص}_{38}, \text{ص}_{39}, \text{ص}_{40}, \text{ص}_{41}, \text{ص}_{42}, \text{ص}_{43}, \text{ص}_{44}, \text{ص}_{45}, \text{ص}_{46}, \text{ص}_{47}, \text{ص}_{48}, \text{ص}_{49}, \text{ص}_{50}, \text{ص}_{51}, \text{ص}_{52}, \text{ص}_{53}, \text{ص}_{54}, \text{ص}_{55}, \text{ص}_{56}, \text{ص}_{57}, \text{ص}_{58}, \text{ص}_{59}, \text{ص}_{60}, \text{ص}_{61}, \text{ص}_{62}, \text{ص}_{63}, \text{ص}_{64}, \text{ص}_{65}, \text{ص}_{66}, \text{ص}_{67}, \text{ص}_{68}, \text{ص}_{69}, \text{ص}_{70}, \text{ص}_{71}, \text{ص}_{72}, \text{ص}_{73}, \text{ص}_{74}, \text{ص}_{75}, \text{ص}_{76}, \text{ص}_{77}, \text{ص}_{78}, \text{ص}_{79}, \text{ص}_{80}, \text{ص}_{81}, \text{ص}_{82}, \text{ص}_{83}, \text{ص}_{84}, \text{ص}_{85}, \text{ص}_{86}, \text{ص}_{87}, \text{ص}_{88}, \text{ص}_{89}, \text{ص}_{90}, \text{ص}_{91}, \text{ص}_{92}, \text{ص}_{93}, \text{ص}_{94}, \text{ص}_{95}, \text{ص}_{96}, \text{ص}_{97}, \text{ص}_{98}, \text{ص}_{99}$

حقق: عمدة $(\text{ص}_0 - \text{ص}_1)$ - عمدة $(\text{ص}_1 - \text{ص}_2)$ = $\frac{\pi}{3}$

نشن هذه المجموعة.

المسألة: (12 نقطة).

(I) نعتبر الدالة العددية $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

حيث $\mathbb{R}$ وسيط حقيقي، $\mathbb{R}$ أساس اللوغاريتم النيبيري.

(ك₁) مثلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م، و، ي).

1 - بيّن أن (ك₁) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثيها.

2 - أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي x تغيرات الدالة f .

II - (1) نضع $g(x) = 2 - f(x)$

- أنشئ جدول تغيرات g ، واستنتج إشارة $g(x)$ ، بيّن أن (ك₂) يقبل نقطة إنعطاف.

- أدرس الفروع اللانهائية للمنحني (ك₂).

- جد معادلة المماس (Δ) للمنحني (ك₂) عند نقطة الإنعطاف.

(2) لتكن الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $h(x) = f(x) - x$

- أحسب $h(0)$.

- أدرس تغيرات الدالة h واستنتج تغيرات الدالة f .

- استنتج وضع المنحني (ك₂) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

(3) أرسم (Δ)، (ك₂).

(4) أوجد مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (ك₂) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = 0, y = 0, y = -2x, x = 0$$

(لو هو رمز اللوغاريتم النيبيري)

III - $h(x) = \sqrt{1+x^2}$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $h(x) = \sqrt{1+x^2}$

(γ) مثلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم (م، و، ي)، ل التناظر العمودي بالنسبة

إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $x = 0$.

(1) بين أن (γ) هو صورة (ك₂) بالتحويل L .

(2) أرسم (γ).

(3) أثبت أن: $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq h(x) \leq 1$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0, 1]$.

(4) لتكن المتتالية العددية (ي_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كما يلي:

$$y_n = \left[\frac{1}{n} h\left(\frac{1}{n}\right) \right]$$

- بيّن أن المتتالية (ي_n) متتالية متناقصة.

$$\frac{1}{1+n} \geq y_n \geq \frac{\sqrt{2}}{(1+n)^2}$$

- استنتج أن المتتالية (ي_n) متقاربة.