

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة جوان 1999

المدة: 3 ساعات

الشمسية: علوم الطبيعة والحياة .

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (4 نقاط)

(1) بين أنه إذا كانت a, b, c جـ ثلاثة أعداد حقيقية حدود متعاقبة بهذا الترتيب لمتتالية

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)(a - b + c)$$

هندسية فإن :

(2) أوجد ثلاثة حدود متعاقبة لمتتالية هندسية علما أن مجموعها هو 78 ومجموع مربعاتها 3276.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - (2 + 3i)z + 12 + 1 = 0 \quad (z \text{ العدد المركب الذي طويته } 1, \frac{\pi}{2} \text{ عمدة له}).$$

يرمز z_1, z_2 إلى حلي هذه المعادلة حيث $|z_2| < |z_1|$.

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (M, O, Y) . a, b, c, d نقط من المستوي لواحقها على الترتيب $z_1, z_2, 1 + 4i, 2 - i$.

- عين التشابه S الذي يحول النقطة a إلى النقطة c ، والنقطة d إلى النقطة b (تعطى العناصر المميزة للتشابه S)

(3) لتكن K النقطة التي لاحتها $3 - i$. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $K_n = S^n(K)$

$$O \text{ أين } \left\| \overrightarrow{OK_n} \right\| = \omega \text{ حيث } \omega \text{ هو مركز التشابه } S$$

- أحسب $\left\| \overrightarrow{OK_n} \right\|$ بدلالة n .

- ما هي طبيعة المتتالية (ω_n) ؟ أحسب نهايتها أين

$$n \rightarrow +\infty$$

المسألة : (12 نقطة)

تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة بما يلي :

$$f(s) = \frac{s^2}{1+s} - \ln(s+1).$$

(يرمز لو إلى اللوغاريتم النبري)

(ي) المنحني البياني للدالة تا في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

(م ، و ، ي) (وحدة الطول هي 4 سم)

(1) عين مجموعة تعريف الدالة تا ثم ادرس تغيرات هذه الدالة .

- احسب قيمة تقريبية لكل من العددين تا(3) ، تا(4) إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان . استنتج أنه يوجد

عدد حقيقي وحيد α من المجال $[3, 4]$ بحيث تا(α) = 0

(2) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (ي)

- برهن أن المنحني (ي) يقبل نقطة انعطاف ف يطلب تعيين إحداثيها، أوجد معادلة لمماس المنحني (ي) عند النقطة ف ، ثم معادلة لمماس المنحني (ي) عند النقطة التي فاصلتها معدومة.

- انشئ بعناية هذين المماسين والمنحني (ي)

(يمكن استعمال الآلة الحاسبة لتعيين القيمة التقريبية إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان للعدد α)

(3) أوجد العددين الحقيقيين أ ، ب بحيث :

$$\frac{b}{1+s} + 1 = \frac{s^2}{1+s} \quad \text{تا :}$$

- تحقق من أن الدالة : س $\rightarrow$ (س + 1) لو (س + 1) - س هي دالة أصلية للدالة :

$$s \rightarrow \ln(s+1) \text{ على المجال }]-1, +\infty[.$$

- استنتج دالة أصلية للدالة تا على المجال $]-1, +\infty[$

- احسب المساحة م₀ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (ي) ، ومحور القواصل والمستقيمين

الذين معادلتاهما : س = 0 ، س = α .

$$-\text{ تحقق من أن : } \frac{(3-\alpha)\alpha}{1+\alpha} = \alpha^3$$

(4) عا الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية بما يلي :

$$g(s) = \frac{s^2}{1+s^2} \quad (\text{هـ هو أساس الدالة لو})$$

- بين أن إشارة عا(س) هي إشارة تا(هـ²س)، ثم استنتج تغيرات الدالة عا على المجال :

$$]-\infty, +\infty[$$

يعطى : لو 2 = 0,693 ؛ لو 3 = 1,098... ؛ لو 5 = 1,609...